

MODELADO Y SIMULACIÓN DEL COMPORTAMIENTO DE VELOCIDAD DE UN DINAMÓMETRO HIDRÁULICO

MODELING AND SIMULATION OF THE SPEED BEHAVIOR OF A HYDRAULIC DYNAMOMETER

Ing. Yeyner Alveiro Carrillo Pabón *, Ing. Frank Wiliam Blanco Ojeda **
MSc. José Ricardo Bermúdez Santaella ***-PhD. Carlos Eduardo Castilla Álvarez ****

* **Universidad Francisco de Paula Santander**, Programa de Ingeniería Electromecánica, Grupo de Investigación de Desarrollo de Procesos Industriales (GIDPI). Avenida Gran Colombia No. 12E-96 Barrió Colsag, San José de Cúcuta, Norte de Santander, Colombia.+573123289641.

E-mail: {yeyneralveirocp, frankwiliamadolfobo, josericardobs}@ufps.edu.co.

** **Universidad Federal de Lavras-Mina Gerais**, Programa de Ingeniería Mecánica, Grupo de Investigación de Desarrollo de Procesos Industriales (GIDPI). Aqueanta Sol, Lavras - Minas Gerais, 37200-000, Brasil. P.O.BOX: 176, 37200-000 carlos.alvarez@deg.ufla.br.

Resumen: En este artículo se presenta la construcción y validación de un modelo matemático que describe el comportamiento dinámico de un dinamómetro hidráulico. Analizando el fluido de trabajo el modelo, tiene en consideración tres efectos encargados de absorber la energía del motor y transmitirla al estator del dinamómetro hidráulico. Estos efectos son la cantidad de movimiento, la fricción por turbulencia y la fricción por acciones viscosas. Con la finalidad de refinar el modelo matemático fueron modeladas las pérdidas de energía causadas por los accesorios del dinamómetro hidráulico como los sellos mecánicos y los rodamientos. El modelo matemático fue construido en el ambiente MatLab-Simulink. El comportamiento del dinamómetro fue validado por medio de una comparación con datos experimentales, observando que el error entre la curva simulada y los valores experimentales no fueron superiores al 3 %, obteniéndose así una herramienta validada para el estudio de proyectos de este tipo de dinamómetros.

Palabras clave: Motor de combustión interna (MCI), Dinamómetro Hidráulico, Cantidad de movimiento, Turbulencia, Viscosidad, Sellos mecánicos, Rodamientos.

Abstract: In this article we present the construction and validation of a mathematical model that describes the dynamic behavior of a hydraulic dynamometer. Analyzing the working fluid of the model, it takes into account three effects responsible for absorbing the energy of the engine and transmitting it to the stator of the hydraulic dynamometer. These effects are the amount of movement, friction due to turbulence and friction due to viscous actions. In order to refine the mathematical model, the energy losses caused by hydraulic dynamometer accessories such as mechanical seals and bearings were modeled. The mathematical model was built in the MatLab-Simulink environment. The behavior of the dynamometer was validated by means of a comparison with experimental data, observing that the error between the simulated curve and the experimental values were not higher than 3%, thus obtaining a validated tool for the study of projects of this type of dynamometers.

Keywords: Internal combustion engine (ICM), Hydraulic dynamometer, Movement quantity, Turbulence, Viscosity, Mechanical seals, Bearings.

1. INTRODUCCIÓN

En el estudio del comportamiento de los motores de combustión interna (MCI) uno de los parámetros más importantes a considerar es la potencia entregada en el eje de transmisión, por tal razón es de suprema importancia contar con un equipo que pueda determinar dicho parámetro (potencia) y poderlo comparar con los datos que proporciona el fabricante. Este valor de potencia se determina midiendo las variables de velocidad y torque en el eje del MCI. Para este fin en la actualidad son utilizados dispositivos que permiten conocer dichos parámetros denominados dinamómetros. Los dinamómetros pueden ser dinamómetros eléctricos, dinamómetros de fricción y dinamómetros hidráulicos. Este último mencionado será el objeto de análisis en este artículo.

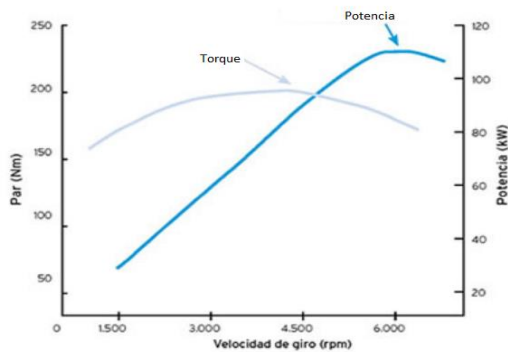


Fig. 1. Curvas características par/potencia.

Fuente: (Meganeboy, 2014).

En la Fig. 1 se puede observar las curvas características de los motores de combustión interna, como se puede ver el eje principal con el que se relacionan estas curvas de potencia y torque son por medio de la velocidad de giro que se encuentra dichos motores. Por tal motivo en este documento se analizar la respuesta de velocidad a través del dinamómetro hidráulico determinando su comportamiento dinámico por medio de una ecuación diferencial a través de la herramienta MatLab-Simulink, con el fin de estudiar su comportamiento y poder determinar en futuras investigaciones la implementación de estrategias de control que mejoren dicha respuesta y obtener las curvas características de los motores de combustión interna.

2. METODOLOGÍA

La metodología planteada se basa en un análisis matemático del sistema hidráulico, con el fin de determinar cuanta energía es absorbida por el

dinamómetro hidráulico, dicha energía no se transmite en su totalidad al estator debido a las pérdidas presentes en el sistema, causadas por accesorios mecánicos como sellos mecánicos y rodamientos. Estas pérdidas también son consideradas para obtener una ecuación dinámica que represente el comportamiento de velocidad del equipo a través de la energía absorbida y transmitida al sistema. Para analizar la velocidad del dinamómetro hidráulico fueron realizadas las siguientes hipótesis: El fluido de trabajo (Agua) no muda de estado permaneciendo siempre líquido, El análisis de ecuación fue realizado para un dinamómetro totalmente lleno, es decir la taza de flujo de agua a la entrada del dinamómetro es igual que la salida, para una llenado parcial se deben recondicionar las ecuaciones como sugerido por (Hodgson, 1991,p.23.)(CM Rodríguez, JAO Córdoba. 2017).

2.1 Análisis de la energía absorbida por el Dinamómetro Hidráulico

La energía absorbida se produce por tres efectos que actúan para absorber el torque que entrega el motor de combustión interna, dichos efectos son: torque por cantidad de movimiento o ecuación de euler, torque por fricción turbulenta y torque por fricción viscosa. Estos tres fenómenos son descritos a continuación.

2.1.1 Torque por cantidad de movimiento o ecuación de euler:

El dinamómetro hidráulico es clasificado como. “Máquina de fluido –maquina hidráulica-turbomaquina generadora para líquidos: Bombas” (Mataix ,1982,p.358). Bajo esta consideración fue realizada una analogía con una bomba centrífuga, identificando que el dinamómetro hidráulico, a diferencia de las bombas, pose álabes radiales. Siguiendo el procedimiento que plantea “Claudio Mataix”, basado en la Fig. 2 fue determinado el triángulo de velocidades que experimenta una partícula a la entrada y a la salida de los álabes del dinamómetro hidráulico.

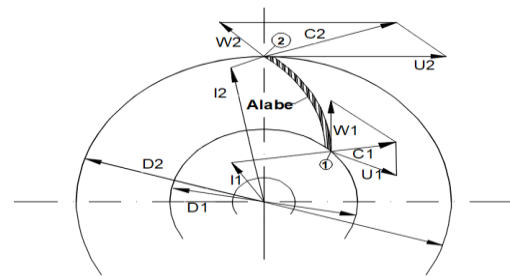


Fig. 2. Triangulo de velocidades a la entrada y salida de una bomba centrífuga. Fuente: Autores.

Suponiendo que todas las partículas que entran en los álabes sufren las mismas desviaciones y cambian su velocidad de C_1 a C_2 , aplicando el teorema de cantidad de movimiento obtenemos la fuerza de una partícula cuando pasa por el alabe por medio de la ecuación (1).

$$d\bar{f} = dQ \cdot \delta \left[\overline{C_2} - \overline{C_1} \right] \quad (1)$$

Tomando momento con relación al eje de la maquina se obtiene la ecuación (2). Donde dM es el momento resultante de todas las fuerzas, dQ caudal de entrada, l_2 , l_1 brazo de momento de los vectores C_2 , C_1 .

$$dM = dQ \cdot \delta \left[l_2 \cdot \overline{C_2} - l_1 \cdot \overline{C_1} \right] \quad (2)$$

Aplicando ahora el teorema unidimensional o "Teoría del número infinito de álabes" (Mataix, 1982, p.361). Es resuelta la integral para obtener la ecuación (3). Donde T : momento o torque transmitido al fluido o Torque hidráulico, Q =caudal de entrada al dinamómetro.

$$T = Q \cdot \delta \left[l_2 \cdot \overline{C_2} - l_1 \cdot \overline{C_1} \right] \quad (3)$$

Teniendo en cuenta el triángulo de velocidades de la Fig. 2, la ecuación (4) de velocidad tangencial o periférica y aplicando una serie de simplificaciones matemáticas se obtiene la ecuación (5) que representa el torque absorbido por el efecto de la cantidad de movimiento, donde N es la velocidad del eje del dinamómetro hidráulico, ρ densidad del agua, R_2 es el radio externo del rodete y R_1 radio interno del rodete.

$$U_0 = N \cdot R \quad (4)$$

$$T_{Momento} = Q \cdot \rho \left[R_2^2 - R_1^2 \right] N \quad (5)$$

2.1.2 Torque por fricción Turbulenta

Otra analogía que fue realizada para analizar el comportamiento del dinamómetro hidráulico es la de una bomba de turbulencia. "En las bombas de turbulencia el fluido sigue una trayectoria toroidal debido a la forma de la bomba y por medio de la acción de las fuerzas centrífugas el líquido aumenta la presión y luego es conducida a la descarga" (Ospina, 2012, p.40). Un efecto similar ocurre en el

dinamómetro hidráulico, a principal diferencia que el fluido no sigue una trayectoria específica, se dispersa en diferentes direcciones ocasionado que el fluido cambie de flujo laminar a turbulento, este efecto hace que se absorba la energía del eje de motor por medio del rotor y se transmita a la carcasa o estator del dinamómetro hidráulico.

Al rotor estar en movimiento hace que cambie la velocidad tangencial del fluido pasando de U_1 a U_2 y así mismo aumenta la turbulencia dentro de las cavidades del dinamómetro debido a las trayectorias cruzadas de las partículas. Esta energía absorbida puede ser calculada con la diferencia de energías cinéticas a la entrada y a la salida del fluido como es mostrado en la ecuación (6). Donde P es la potencia absorbida, m es la masa de agua que circula por el dinamómetro, U_2 es la velocidad del fluido a la salida del dinamómetro y U_1 velocidad de entrada del fluido.

$$P = \frac{m \cdot U_2^2}{2} - \frac{m \cdot U_1^2}{2} \quad (6)$$

Teniendo en cuenta las ecuaciones (4), (7) y (8) y realizando las respectivas simplificaciones matemáticas se obtienen el torque absorbido por el efecto de la turbulencia como es mostrado en la ecuación (9) donde A_{CC} es el área de entrada al dinamómetro, ρ densidad del agua, R_2 radio externo del rodete, Q fluido que atraviesa el dinamómetro y N velocidad del eje.

$$U_1 = \frac{Q}{A_{CC}} \quad (7)$$

$$T = \frac{P}{N} \quad (8)$$

$$T_{Turbulencia} = \frac{Q \cdot \rho}{2} \left[R_2^2 \cdot N - \frac{Q^2}{A_{CC}^2 \cdot N} \right] \quad (9)$$

2.1.3 Torque por fricción viscosa.

El modelamiento de este fenómeno se realiza. Con una analogía de transmisión de potencia entre dos discos separados por una capa de líquido, con viscosidad determinada ($\mu > 0$) (Ospina, 2012). Uno de los discos se encuentra girando a una velocidad N y el otro se encuentra estático como se observa en la Fig. 3. En estas condiciones, la viscosidad hace que se cree un gradiente de velocidad en el

fluido, donde el fluido en contacto con el disco giratorio lleva la velocidad del disco móvil y el líquido en contacto con la placa fija su velocidad es cero.

Algo similar ocurre en el dinamómetro hidráulico donde la placa móvil es el rotor que se encuentra girando a una velocidad N y la placa fija es el estator del dinamómetro la cual absorbe la potencia que le transmite el rotor por medio de la ecuación (10), en donde P representa la potencia absorbida por efecto de la fricción viscosa, R_2 es el radio externo del rotor, h es la separación entre el rotor y el estator, μ es la viscosidad del fluido de trabajo y N es la velocidad del eje del dinamómetro.

$$P = \frac{\mu \cdot \pi \cdot R_2^4}{h} \cdot N^2 \quad (10)$$

Considerando la ecuación (8) es posible obtener el torque absorbido por el efecto de la viscosidad como es mostrado en la ecuación (11).

$$T_{\text{Viscosidad}} = \frac{\mu \cdot \pi \cdot R_2^4}{h} \cdot N \quad (11)$$

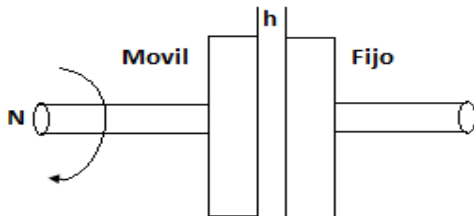


Fig. 3. Analogía del dinamómetro por efecto de la viscosidad. Fuente: Autores.

2.2 Análisis de pérdidas en el dinamómetro hidráulico

Para el análisis de pérdidas fueron estudiados los accesorios que necesita el equipo para estar en funcionamiento, accesorios como los sellos mecánicos y los rodamientos en las cuales va apoyado el eje de la turbomaquina. Estos elementos mecánicos presentan pérdidas por fricción y por tal razón fue realizado un análisis con la finalidad de cuantificar las pérdidas que aportan al sistema.

2.2.1 Pérdidas por rodamientos.

Para la obtención de una ecuación que considere las pérdidas por causa de estos elementos fue considerada la ley de PETROV. Esta ley determinar el torque debido a la fricción fluida por

la acción de la viscosidad en un cojinete concéntrico (Piovan, 2014). A través de la ecuación (12).

$$F = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot R^2 \cdot \eta_o \cdot w_i \cdot N}{c} \quad (12)$$

Donde F es la fuerza de fricción, η_o es la viscosidad a $P=0$ y temperatura constante, N velocidad de rotación del eje, c holgura radial, W_c ancho del cojinete y R radio del eje.

Teniendo en cuenta el radio del eje es posible calcular el torque producido por los rodamientos como se muestra en la ecuación (13).

$$T_{\text{Rodamientos}} = F \cdot R = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot R^3 \cdot \eta_o \cdot w_i \cdot N}{c} \quad (13)$$

2.2.2 Pérdidas por sellos mecánicos

Uno de los accesorios principales para el correcto funcionamiento del dinamómetro son los sellos mecánicos que cumplen la función de evitar las fugas de agua en el sistema y permitir el libre movimiento del rotor, esto es conseguido por medio de dos superficies anulares que están empujándose una contra otra. Una superficie está ubicada en la parte fija de la máquina, en el caso del dinamómetro hidráulico en la carcasa, y la otra se encuentra ubicada en la parte móvil la cual es el rotor y gira a la misma velocidad (Burgmann, 2004).

Al existir el contacto entre dos superficies diferentes son generadas pérdidas por fricción que se puede calcular por medio de la ecuación (14).

$$T_{\text{Sellos}} = P_g \cdot A \cdot f \cdot R \quad (14)$$

Donde P_g es presión de la superficie de fricción (suma de la fuerza del resorte más la fuerza hidráulica), A es la superficie de fricción, f coeficiente de fricción y R radio del eje.

2.3 Análisis de torque proporcionado al dinamómetro hidráulico

Para que el dinamómetro pueda absorber energía se le debe proporcionar potencia al eje por medio una maquina externa, en este análisis dicha energía es proporcionada por un motor de combustión interna de ciclo diésel marca LISTER modelo LT1. Para modelar el comportamiento de torque del motor de combustión interna fueron utilizados los valores disponibles por el fabricante (Lister Peteter, 2011). A partir de estos datos fue realizado un polinomio por medio de una regresión utilizando el software

Matlab, las variables consideradas en este modelo fueron, la velocidad con respecto al torque producido, dicho comportamiento puede ser modelado por la ecuación (15) donde N velocidad del motor, T torque producido y las constantes K1-K5 son propias del modelo.

$$T_M = K_1 \cdot N^4 + K_2 \cdot N^3 + K_3 \cdot N^2 + K_4 \cdot N + K_5 \quad (15)$$

2.4 Ecuación dinámica del dinamómetro hidráulico

Una vez obtenidas las ecuaciones que modelan la energía absorbida del dinamómetro y cuantificadas las pérdidas por causa de los accesorios, se obtiene la ecuación dinámica de velocidad del dinamómetro hidráulico realizando una analogía a. La ecuación que describe el comportamiento de velocidad en un eje de un turbocargador (Bermúdez, 2013) (MCD Suárez, DMR Rodríguez. 2017).

En el caso del dinamómetro hidráulico el comportamiento dinámico de la velocidad del eje esta expresado por la ecuación (16), donde la rotación está en función del tiempo y depende de la suma algebraica de los torques o momentos presentes en la turbomaquina.

$$\frac{dN_d}{dt} = \left[\frac{30}{I \cdot \pi} \right] [T_{Motor} - T_{Absorbido} - T_{Perdidas}] \quad (16).$$

Donde el torque absorbido viene representado por la suma de los tres efectos mencionado anteriormente según lo expresa la ecuación (17).

$$T_{Absorbido} = T_{Momento} + T_{Turbulencia} + T_{Viscosidad} \quad (17).$$

El torque producido por pérdidas es la suma de torque por sellos mecánicos y torque por rodamientos como se mencionó anteriormente y como lo expresa la ecuación (18).

$$T_{Perdidas} = T_{Sellos} + T_{Chumaceras} \quad (18)$$

I inercia del dinamómetro hidráulico más inercia de accesorios.

2.5 Implementación y simulación en el Software Matlab-Simulink.

Teniendo en cuenta la ecuación dinámica obtenida en el modelo del dinamómetro se introduce en el software Matlab-Simulink para describir el

comportamiento del proceso por medio de la simulación.

La ecuación diferencial fue construida por medio de diagramas de bloques como se observa en la Fig. 4.

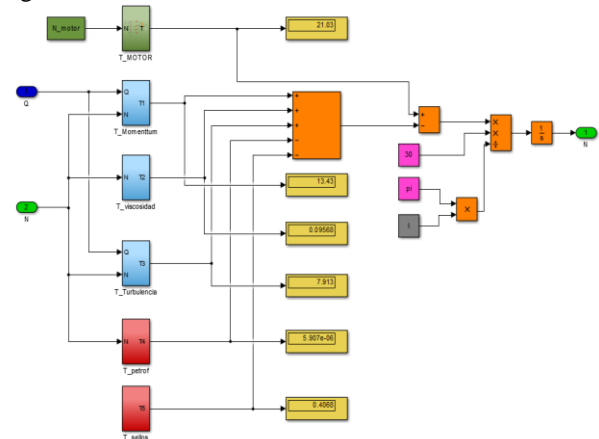


Fig. 4. Representación de la ecuación dinámica de velocidad del dinamómetro hidráulico. Fuente: Autores.

La Fig. 4 muestra la suma algebraica de todos los efectos, cada bloque describe las ecuaciones mencionadas anteriormente, las cuales están en función de la velocidad del eje del dinamómetro hidráulico y del caudal que circula por el interior de la máquina.

3. Análisis de Resultados

En la Fig. 5 se muestra el banco de pruebas de motores de combustión interna, se puede ver acoplado el motor de combustión interna (1) al dinamómetro hidráulico (2) a través de un sistema de poleas, en el eje del dinamómetro hidráulico se encuentra ubicado un sensor encoder (3) el cual se encarga de proporcionar los datos de velocidad del proceso.



Fig. 5. Banco de pruebas para motores de combustión interna. Fuente: Autores

Donde:

1. Motor de combustión interna.
2. Dinamómetro hidráulico.

3. Sensor de velocidad Enconder.
4. Sensor de peso celda de carga.
5. Reservorio de agua
6. Sistema de enfriamiento

La tabla 1 muestra los parámetros que se introdujeron al software para obtener el comportamiento simulado.

Tabla 1 Parámetros de simulación del dinamómetro hidráulico.

ÍTEM	Valor	Unidades SI
Caudal	33	LPM
Velocidad MCI	2500	RPM
Radio externo	0.09	m
Radio interno	0.035	m
Separación rotor-estator	0.0025	m
Radio eje	0.0125	m
Holgura radial	0.054	m
Coefficiente de fricción	0.03	----
Inercia del dinamómetro	0.111	Kg.m ²
Viscosidad dinámica	0.0006533	Pa.s
Área transversal entrada dinamómetro	0.0005067	m ²
Presión del resorte	1765.2	Kpa
Presión de entrada	137890	Kpa
Área cerámica	0.001187	m ²

En la Fig. 6 Se presenta el comportamiento simulado de la velocidad del dinamómetro hidráulico en función del tiempo, La velocidad inicia en 2500 RPM y llega a su estabilidad en 1421 RPM, esta respuesta se obtiene al incrementar el caudal de agua que circula por el dinamómetro, iniciando en 1 LPM, este es el flujo mínimo que se es necesario para mantener lubricados los sellos mecánicos y llegando hasta 33 LPM, que es el máximo valor que envía la bomba centrífuga presente en el banco de pruebas.

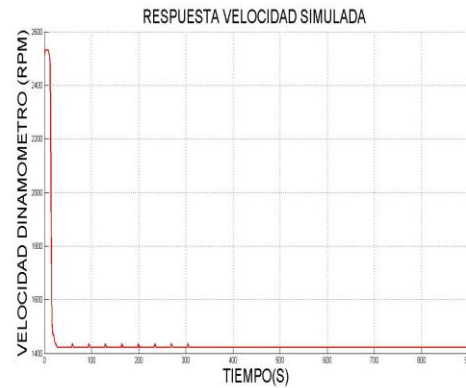


Fig. 6. Respuesta simulada de velocidad del dinamómetro hidráulico. Fuente: Autores.

En la Fig. 7 se observa el comportamiento real del banco de pruebas, la velocidad del dinamómetro hidráulico varía desde 2528 RPM y llega a un valor final de 1382 RPM, esta prueba tiene una duración de 900 s (15 minutos) tiempo en el cual se demora en estabilizar el sistema.

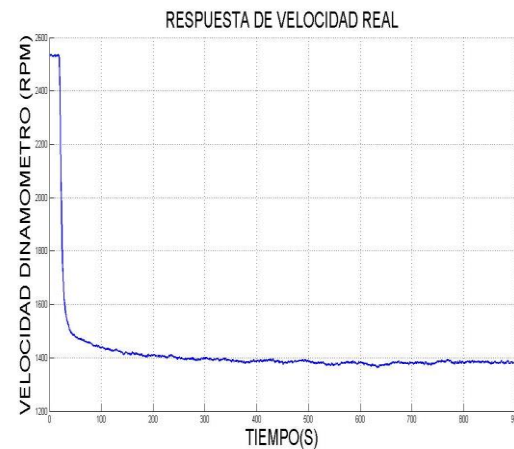


Fig. 7. Respuesta de velocidad real del dinamómetro hidráulico. Fuente: Autores.

Para la comparación de los dos procesos real y simulado fue sobrepuesto los valores simulados con los experimentales como se observa en la Fig. 8, El valor de error absoluto se obtiene aplicando la ecuación (19), ella representa la desviación del proceso simulado con respecto al proceso real. Donde N_s = velocidad simulada, N_R velocidad real, dando un valor de error 2.9297%.

$$\varepsilon = \left[\frac{|N_s - N_R|}{N_R} \right] \cdot 100 \quad (19)$$

De igual forma se sobrepone a las gráficas de velocidad de la Fig. 8, los datos del flujo másico

que circula a través del dinamómetro hidráulico y así poder verificar como disminuyen la velocidad al aumentar el caudal hasta alcanzar su punto de equilibrio.

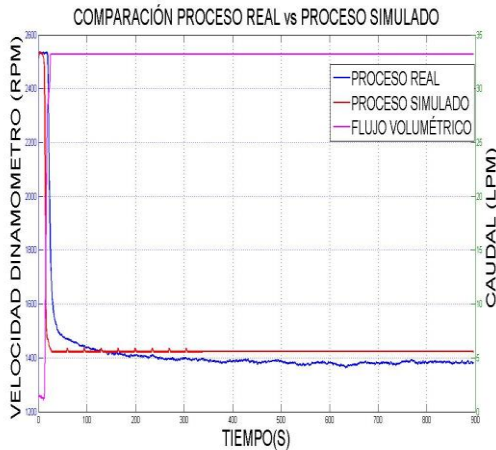


Fig. 8. Respuesta de velocidad del proceso real y simulado del dinamómetro hidráulico. Fuente: Autores.

4. CONCLUSIONES

En la comparación del proceso simulado con el proceso real se observa que tienen un comportamiento similar presentando un error absoluto de 2.9297 % permitiendo la validación del modelo matemático para representar el comportamiento de velocidad del dinamómetro hidráulico.

Se comprobó como la velocidad del dinamómetro hidráulico es inversa al flujo volumétrico que circula a través de la máquina, es decir al aumentar el caudal disminuyen las revoluciones en el eje de la turbomaquina.

Se evidencio por medio de la simulación que al agregar las inercias de los accesorios (Sellos mecánicos y rodamientos) del dinamómetro hidráulico, el sistema tiende a mejorar su respuesta de velocidad pasando de 700 segundos a 65 segundos, permitiendo alcanzar un tiempo de estabilización similar al proceso real el cual es de 90 segundos.

Por medio de la simulación se observó que la pérdida de energía causada por los sellos mecánicos y rodamientos es de 1.94 % del torque transmitido y la energía absorbida por el efecto de la fricción viscosa es del 0.62 % del valor final, por lo cual en futuras investigaciones se puede

despreciar dichos análisis, con el fin de facilitar el modelo de velocidad del dinamómetro hidráulico.

REFERENCIAS

- Bermúdez, J. R. (2013). *Ecuaciones generales del modelo del turbocargador para el diagnostico y determinacion de fallas*. Universidad de los Andes. Merida.
- Burgmann. (2004). *Sellos Mecánicos Principio de Operación*. México. Retrieved from https://www.academia.edu/34185762/Sellos_Mecánicos_Sellos_Mecánicos_Principio_de_Operación_Tipos_Principio_de_Operación_Tipos_y_Aplicaciones_y_Aplicaciones.
- CM Rodríguez, JAO Córdoba, (2017), Modelado De Un Bipedo Junto A Un Mecanismo Robótico Exoesqueleto Revista Colombiana de Tecnologías de Avanzada ISSN: 1692-7257.
- Hodgson, P. (1991). *Theoretical Model and Dynamic Simulation of Variable Fill Hydraulic Dynamometers*. Universidad de Canterbury. Retrieved from <http://ir.canterbury.ac.nz/handle/10092/6035>
- Lister Peteter. (2011). Technical Data Sheet. Retrieved August 9, 2018, from <http://listerpetter.com.co/ftp/LV-CATALOGO.pdf>
- Mataix, C. (1982). *No Title*. (Oxford University Press, Ed.) (2a. ed). México.
- Meganeboy, D. (2014). Términos utilizados para el estudio del motor. Retrieved October 17, 2018, from http://www.aficionadosalamecanica.net/cur_mec_cilindrada.htm.
- MCD Suárez, DMR Rodríguez. (2017), Propuesta De Una Metodología Formal Para El Diseño De Sistemas De Control Cinemático Y Dinámico En Manipuladores. Revista Colombiana de Tecnologías de Avanzada ISSN: 1692-7257.
- Ospina, J. F. C. (2012). *Diseño y modelado de un dinamómetro hidráulico para pruebas de motores*. Universidad Tecnológica de Pereira.
- Piovan, M. T. (2014). Proyecto y cálculo de ejes y elementos accesorios. In N. Universidad Tecnológica (Ed.), *Elementos de Máquinas* (p. 26).

ANEXOS

Nomenclatura

Ac Área cerámica (m²).

Acc	Área transversal entrada dinamómetro(m ²)
C	Holgura radial (m).
ρ	Densidad de agua (Kg/m ³).
f	Coefficiente de fricción
h	Separación rotor-estator (m).
I	Inercia del dinamómetro (Kg.m ²).
N _R	Velocidad real (RPM).
Pe	Presión de entrada (KPa).
Pr	Presión del resorte (KPa).
Qmax	Caudal (LPM).
Reje	Radio eje (m)
R1	Radio interno (m).
R2	Radio externo (m).
μ	Viscosidad dinámica (Pa.s).