

**RENDIMIENTO DE DISPOSITIVOS TERMOELÉCTRICOS UTILIZANDO EL
MÉTODO DE PERTURBACIÓN Y EL MÉTODO DE PARÁMETROS
PROMEDIO**

**PERFORMANCE OF THERMOELECTRIC DEVICES USING THE
DISTURBANCE METHOD AND THE AVERAGE PARAMETER METHOD**

MSc. Fernando Mesa*, MSc. Germán Correa Velez**, PhD. J. Barba-Ortega***,****

* **Universidad Tecnológica de Pereira**, Cra. 27 #10-02, Pereira, Risaralda, Colombia
+57- (6) – 3137300.
E-mail: femesa@utp.edu.co.

** **Universidad Tecnológica de Pereira**, Cra. 27 #10-02, Pereira, Risaralda, Colombia
+57-1-3137300.

*** **Universidad Nacional de Colombia**, Departamento de Física.
Carrera 30 # 45 – 03, Bogotá, D.C, Colombia.
+57-1-3165000.

E-mail: jjbarbao@aunal.edu.co.

**** **Foundation of Researchers in Science and Technology of Materials** – Foristom,
Colombia.

E-mail: foristom@gmail.com

Resumen: Una ecuación diferencial no lineal de conducción de calor para una pierna de un termoelemento con propiedades termoeléctricas el cual depende de la temperatura, se puede reducir a una ecuación integral. Su solución se obtiene mediante el método de perturbación en forma de series en la cual sus términos son potencias de parámetros proporcionales al calor de Thomson y Joule. Primero se encuentran los primeros seis coeficientes de la serie junto con las ecuaciones de balance de calor, es decir, la dependencia de los flujos de calor en las intersecciones de sus temperaturas y la corriente eléctrica. Los resultados del cálculo de las principales características energéticas de los dispositivos termoeléctricos (generadores termoeléctricos y enfriadores termoeléctricos) se comparan mediante diferentes métodos: solución exacta, solución a propiedades termoeléctricas constantes tomadas a una temperatura media de uniones frías y calientes, método de parámetros promedio (propiedades de material termoeléctrico promediadas sobre el rango de temperatura relevante por integración). Se muestra que la precisión aceptable en aplicaciones del mundo real (error inferior al 1%) se obtiene para generadores termoeléctricos mediante el método de parámetros promedio y para enfriadores termoeléctricos, mediante el método de perturbación.

Palabras clave: Generadores termoeléctricos, Enfriadores termoeléctricos, Ecuación de conducción de calor, Método de perturbación, Ecuaciones de equilibrio de calor.

Abstract: A nonlinear differential heat conduction equation for a leg of a thermocouple with thermoelectric properties that depends on temperature can be reduced to an integral equation. Its solution is obtained by means of the perturbation method in the form of series in which its terms are powers of parameters proportional to the Thomson and Joule heat. First we find the first six coefficients of the series together with the heat balance equations, that is, the dependence of the heat fluxes at the intersections of their temperatures and the

electric current. The results of the calculation of the main energy characteristics of thermoelectric devices (thermoelectric generators and thermoelectric coolers) are compared by different methods: exact solution, solution to constant thermoelectric properties taken at an average temperature of hot and cold junctions, average parameter method (thermoelectric material properties averaged over the relevant temperature range by integration). Acceptable accuracy in real-world applications (error less than 1%) is obtained for thermoelectric generators using the average parameter method and for thermoelectric coolers, using the disturbance method.

Keywords: Thermoelectric generators, Thermoelectric coolers, Heat conduction equation, Disturbance method, Heat balance equations.

1. INTRODUCCIÓN

Los generadores termoeléctricos (TEG) y los enfriadores termoeléctricos (TEC) son motores térmicos de estado sólido compactos, confiables, silenciosos y respetuosos con el medio ambiente que utilizan electrones y agujeros como fluido de trabajo para la conversión directa de energía térmica en energía eléctrica y viceversa. A pesar de su eficiencia energética moderada, estos dispositivos encontraron sus nichos específicos en los mercados y su desarrollo continúa hacia la mejora de los materiales y la reducción de costos [1],[2],[3]. La elección de los diagramas esquemáticos térmicos y eléctricos de dispositivos termoeléctricos dependen de su diseño y los pronósticos de rendimiento se basan en el modelado matemático de fenómenos termoeléctricos en semiconductores. Los métodos numéricos modernos para resolver las ecuaciones que gobiernan la transferencia de calor y carga eléctrica en cuerpo sólido permiten calcular las características de cualquier dispositivo termoeléctrico [4],[5],[6],[7],[8]. Al mismo tiempo, para muchos diseños aplicados en la práctica, las soluciones analíticas aproximadas que resultan de estos métodos son usadas ampliamente en [9],[5] incluso para describir algunos dispositivos termoeléctricos complejos como multi-elementos. Existen algunas razones que justifican el uso de estos métodos como, por ejemplo: Cualquier modelo matemático se simplifica inevitablemente, en particular porque usa valores aproximados de características determinadas experimentalmente, por ejemplo, propiedades de material termoeléctrico. Por lo tanto, la integridad de la descripción matemática del problema y la precisión de su solución deben coincidir con la precisión de los datos iniciales aplicados. Los dispositivos termoeléctricos a menudo representan subsistemas de sistemas complejos que incluyen portadores de calor, intercambiadores de calor, radiadores, aislantes e interconexiones térmicas y eléctricas de

múltiples capas, dispositivos de control, etc. Las soluciones analíticas permiten simplificar significativamente los cálculos numéricos de dichos sistemas al reducir las ecuaciones diferenciales para carga eléctrica y transferencia de calor en piernas de semiconductores para equilibrar la ecuación en las uniones. En este documento se tiene una combinación de métodos analíticos y numéricos. Las soluciones analíticas no solo reducen el tiempo y la laboriosidad en la preparación de datos iniciales, los cálculos y el análisis de sus resultados, sino que también ofrecen la posibilidad de obtener conclusiones universales sobre el impacto de ciertos parámetros en las características de los dispositivos termoeléctricos. Por ejemplo, el uso de un modelo unidimensional de un termoelemento con propiedades independientes de la temperatura permitió revelar un criterio de calidad de semiconductores, es decir, una figura de mérito es $z = \alpha^2 \rho \kappa^{-1}$, donde α es la potencia termoeléctrica (coeficiente de Seebeck), κ es la conductividad térmica y ρ es la resistividad eléctrica [10],[11]. La literatura sugiere una gran cantidad de diversos enfoques para obtener las relaciones analíticas para el cálculo de las características energéticas de los dispositivos termoeléctricos estas son: resolver las ecuaciones diferenciales de conducción de calor o hacer equilibrios de energía con propiedades constantes (independientes de la temperatura) del materia [11], [12], reemplazando las propiedades variables por las constantes a temperatura media [13], usando las propiedades del material promediadas sobre el rango de temperatura por integración [12], obteniendo soluciones para casos especiales de propiedades del material dependientes de la temperatura promediando las propiedades del material sobre un lado caliente o frío de un termoelemento [13], determinando las características de energía mediante las pérdidas de potencia internas en semiconductores, teniendo en cuenta el hecho de que en la mayoría de los casos los efectos termoeléctricos son pequeños en

comparación con la transferencia de calor por conducción o utilizando un analogía entre fenómenos térmicos y eléctricos. Las desventajas de los métodos conocidos son las siguientes: validez insuficiente de los métodos de analogía, la complejidad de los algoritmos numéricos y la laboriosidad de preparar los datos iniciales, la falta de confianza en la precisión suficiente de los métodos de propiedades constantes o promedio, y la imposibilidad de aumentar su precisión. En consecuencia, surge el problema de seleccionar un método en primer lugar para corroborar el enfoque aplicado bajo la cantidad mínima de supuestos simplificadores y, en segundo lugar, para obtener relaciones analíticas simples y al mismo tiempo bastante precisas (admisibles para la práctica) para el modelado de dispositivos termoelectricos. En este documento se aplica el método de perturbaciones para resolver las ecuaciones que rigen la transferencia de calor y carga eléctrica en semiconductores con propiedades dependientes de la temperatura con el objetivo de obtener relaciones analíticas para las ecuaciones de equilibrio térmico. Estas ecuaciones facilitan significativamente el modelado, incluyendo el análisis numérico, de las características de energía y los parámetros de diseño de los dispositivos termoelectricos. El uso de aproximaciones de orden superior permite obtener los resultados con la precisión deseada [14].

CONTENIDO.

En un medio continuo heterogéneo calentado de manera aleatoria, además del flujo de calor, la diferencia de temperatura provoca la difusión de los portadores de carga eléctrica, es decir, la corriente eléctrica. La corriente eléctrica a su vez se acompaña de generación o absorción de calor. Estos fenómenos se denominan termoelectricos. La termodinámica permite establecer una relación entre los coeficientes que caracterizan los diferentes efectos termoelectricos, mientras que la teoría cinética nos permite encontrar valores numéricos de los coeficientes. Las ecuaciones generalizadas para carga eléctrica y transferencia de calor relacionan la densidad de corriente eléctrica \mathbf{j} y la densidad de flujo de calor \mathbf{q} con gradientes de temperatura T y potencial φ de la siguiente manera:

$$\mathbf{j} = -\frac{1}{\rho}(\alpha\nabla T + \nabla\varphi) \quad (1)$$

$$\mathbf{q} = -\kappa\nabla T + \alpha T\mathbf{j} \quad (2)$$

Donde las propiedades del material termoelectrico α , κ , y ρ dependen de la temperatura y las coordenadas.

En un caso especial sin fenómenos termoelectricos, $\alpha = 0$, los procesos de carga eléctrica y transferencia de calor se vuelven independientes. Entonces de (1) y (2) se continua con la ley de Ohm:

$$\mathbf{j} = -\frac{1}{\rho}\nabla\varphi \quad (3)$$

Y la ley de Fourier:

$$\mathbf{q} = -\kappa\nabla T \quad (4)$$

En condiciones de estado estable las ecuaciones que rigen resulta de los principios de conservación de carga y energía [1] son:

$$\nabla\mathbf{j} = 0 \quad (5)$$

$$\nabla(\mathbf{q} + \varphi\mathbf{j}) = 0 \quad (6)$$

La densidad de flujo de energía en (4) es igual a una suma de energía transferida por conductividad térmica y energía transportada por partículas cargadas (electrones). Al resolver las ecuaciones diferenciales (3), (4) con las respectivas condiciones de contorno, podemos encontrar las distribuciones de temperatura y potencial y luego determinar el flujo de calor, la corriente eléctrica y otras características del sistema considerado.

Los generadores y enfriadores termoelectricos consisten en patas semiconductoras de tipo p y n unidas en termoelementos (termopares) por placas de metal (Fig. 1). Los elementos térmicos están aislados térmica y eléctricamente de su entorno. Varios termoelementos forman baterías termoelectricas que se pueden usar tanto por separado como conectadas entre sí en circuitos eléctricos y térmicos en serie. Una diferencia principal entre TEG y TEC radica solo en la dirección de la corriente eléctrica y el movimiento del flujo de calor a través de los elementos térmicos. Por lo tanto, las descripciones teóricas de ambos tipos de dispositivos coinciden en gran medida. En TEG (Fig. 1a) el flujo de calor pasa a través de los elementos térmicos desde la unión caliente a la fría. La energía eléctrica generada a partir de la energía térmica funciona en una carga externa; El resto de la energía térmica se rechaza de la unión fría. En TEC (Fig. 1 b), el flujo de calor se dirige desde la unión fría a la caliente debido a la corriente eléctrica de la fuente externa de fuerza electromotriz. La bomba de calor termoelectrica funciona de manera similar.

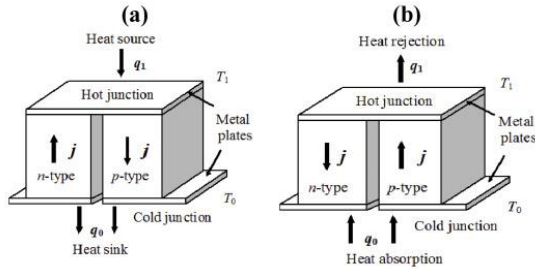


Fig. 1. Termoelementos que consisten en dos patas semiconductoras (tipo p y n) para generadores termoelectricos (a) y enfriadores termoelectricos (b): q es la densidad de flujo de calor, T es la temperatura, j es la densidad de corriente eléctrica; subíndices: 0 - unión fría, 1 - unión caliente-

APLICACIÓN.

Considere el caso unidimensional entonces las ecuaciones (1), (2), (3), (4) tienen la siguiente forma:

$$j = \frac{1}{\rho} \left(\alpha \frac{dT}{dx} + \frac{d\varphi}{dx} \right) \quad (7)$$

$$q = \kappa \frac{dT}{dx} + \alpha T j \quad (8)$$

$$\frac{d}{dx} j = 0 \quad (9)$$

$$\frac{d}{dx} (q + \varphi j) = 0 \quad (10)$$

De las ecuaciones (7)-(10) se obtiene la ecuación diferencial de conducción de calor que gobierna la distribución de la temperatura $T(x)$:

$$\frac{d}{dx} \kappa \frac{dT}{dx} + j \tau \frac{dT}{dx} + j^2 \rho = 0 \quad (11)$$

Donde $\tau = T \frac{d\alpha}{dT}$ es el coeficiente de Thomson. Las condiciones límites de temperatura se especifican de la siguiente manera: $T(0) = T_0$ y $T(l) = T_1$. Conociendo la distribución de temperatura, es fácil encontrar el flujo de calor:

$$Q(x) = S q = S \left[\kappa \frac{dT}{dx} + \alpha T j \right] \quad (12)$$

en las uniones fría $x = 0$ y caliente $x = l$ (S es un área de sección transversal de la pierna), es decir, las ecuaciones de equilibrio térmico. Al presentar las variables adimensionales: temperatura $\theta = (T - T_0)/(T_1 - T_0)$, haciendo $\xi = \frac{x}{l}$ y corriente eléctrica $\beta = j \bar{\alpha} l / \bar{\kappa}$. Entonces la ecuación de coedición de calor y las condiciones de contorno tendrían la siguiente forma:

$$\frac{d}{d\xi} \kappa^* \frac{d\theta}{d\xi} + \epsilon_T \tau^* \frac{d\theta}{d\xi} + \epsilon_J \frac{v^*}{\kappa^*} = 0 \quad (13)$$

$$\theta(0) = 0, \theta(1) = 1 \quad (14)$$

De donde se tiene que: $\epsilon_T = \beta \frac{\bar{\tau}}{\alpha}$, $\epsilon_J = \frac{\beta^2}{Z \Delta T}$, $Z = \frac{\bar{\alpha}^2}{v}$, $v = \rho \kappa$, $\Delta T = T_1 - T_0$. La barra sobre el símbolo indica un valor promediado sobre el rango de temperatura por integración:

$$\bar{\kappa} = \frac{1}{\Delta T} \int_{T_0}^{T_1} \kappa(T) dT \quad (15)$$

Y el asterisco significa su valor adimensional (divido por el valor promedio) $\kappa^*(\theta) = \kappa(T_0 + \Delta T \theta) / \bar{\kappa}$. Para la mayoría de los dispositivos termoelectricos, el calor de Thomson y Joule puede considerarse una pequeña corrección del proceso principal de transferencia de calor por conducción de calor. Este hecho permite resolver el problema mediante el método de perturbación. Transformemos la ecuación (11) con condiciones de contorno (12) de la siguiente manera. Al integrar (11) dos veces con respecto a ξ en un rango de 0 a 1 y determinar constantes a partir de las condiciones de contorno se obtiene.

$$\kappa^* \frac{d\theta}{d\xi} = 1 + \epsilon_T \left[\int_0^1 \frac{\kappa^*}{\kappa^* \frac{d\theta}{d\xi}} \int_0^\theta \tau^* d\theta' d\theta - \int_0^\theta \tau^* d\theta' \right] + \epsilon_J \left[\int_0^1 \frac{\kappa^*}{\kappa^* \frac{d\theta}{d\xi}} \int_0^\theta \frac{v^*}{\kappa^* \frac{d\theta}{d\xi}} d\theta' d\theta - \int_0^\theta \frac{v^*}{\kappa^* \frac{d\theta}{d\xi}} d\theta' \right] \quad (16)$$

La relación (16) representa una ecuación integral con respecto a una función de temperatura desconocida $\kappa^* \frac{d\theta}{d\xi}$. Esta función está en el lado izquierdo y en el lado derecho de la igualdad. Con la corriente eléctrica igual a cero, cuando no hay calor de Thomson y Joule ($\epsilon_T = \epsilon_J = 0$), la ecuación (15) tiene la solución exacta.

$$\kappa^* \frac{d\theta}{d\xi} = 1 \quad (17)$$

Esta solución puede tomarse como la aproximación cero. Sustituyéndolo al lado derecho de (16) se encuentra la primera aproximación, luego la segunda aproximación, etc. Dado que la influencia del calor de Thomson y Joule es pequeña en comparación con la conducción del calor, la secuencia de las funciones así obtenidas convergerá a la solución exacta. El algoritmo descrito se puede utilizar para resolver numéricamente el problema con el grado de precisión requerido. También permite obtener una solución analítica aproximada. Si en cada paso del algoritmo se lleva a cabo la expansión del lado derecho de (16) en serie por las potencias ϵ_T y ϵ_J , la solución tendrá la forma de una serie de la teoría de perturbación en términos de estos parámetros.

$$\begin{aligned}\kappa^* \frac{d\theta}{d\xi} &= A_{00} + A_{10}\epsilon_T + A_{01}\epsilon_J + A_{20}\epsilon_T^2 + A_{02}\epsilon_J^2 + \\ &A_{11}\epsilon_T\epsilon_J + \dots OT \quad (18) \\ \kappa^* \frac{d\theta}{d\xi} &= A_{00} + A_{10}\epsilon_T + A_{01}\epsilon_J + A_{20}\epsilon_T^2 + A_{02}\epsilon_J^2 + \\ &A_{11}\epsilon_T\epsilon_J + \dots OT\end{aligned}$$

RESULTADOS.

Después de las transformaciones indicadas, encontramos los primeros seis coeficientes de esta serie (18). En el caso de que las dependencias de temperatura de las propiedades de los semiconductores se aproximen por polinomios [11], los coeficientes de la serie (18) se pueden calcular explícitamente. Las ecuaciones (13), (14), (16), (17) dan una solución al problema declarado por el método de perturbación. Al tomar los tres primeros sumandos en (16) obtenemos las ecuaciones de balance de calor en aproximación lineal por efectos termoeléctricos al tomar seis términos en (16) se obtienen las ecuaciones de equilibrio térmico en una aproximación cuadrática, etc.

$$\begin{aligned}A_{00} &= 1 \\ A_{10} &= \int_0^1 \kappa^* \int_0^\theta \tau^* d\theta' d\theta - \int_0^\theta \tau^* d\theta' \\ A_{01} &= \int_0^1 \kappa^* \int_0^\theta v^* d\theta' d\theta - \int_0^\theta v^* d\theta' \\ A_{20} &= \int_0^1 \kappa^* \left(\int_0^\theta \tau^* d\theta' \right)^2 d\theta \\ &\quad - \left(\int_0^1 \kappa^* \int_0^\theta \tau^* d\theta' d\theta \right)^2 \\ A_{02} &= \frac{3}{2} \int_0^1 \kappa^* \left(\int_0^\theta v^* d\theta' \right)^2 d\theta \\ &\quad - 2 \left(\int_0^1 \kappa^* \int_0^\theta v^* d\theta' d\theta \right)^2 \\ &\quad + \int_0^1 \kappa^* \int_0^\theta v^* d\theta' d\theta - \int_0^\theta v^* d\theta' \\ &\quad - \frac{1}{2} \left(\int_0^\theta v^* d\theta' \right)^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}A_{11} &= 2 \int_0^1 \kappa^* \int_0^\theta v^* d\theta' \int_0^\theta \tau^* d\theta' d\theta \\ &+ \int_0^1 \kappa^* \int_0^\theta v^* \int_0^{\theta'} \tau^* d\theta'' d\theta \int_0^\theta v^* d\theta' d\theta \\ &- 3 \int_0^1 \kappa^* \int_0^\theta v^* d\theta' d\theta \int_0^1 \kappa^* \int_0^\theta \tau^* d\theta' d\theta \\ &+ \int_0^1 \kappa^* \int_0^\theta \tau^* d\theta' d\theta \int_0^\theta v^* d\theta - \int_0^\theta v^* \int_0^{\theta'} \tau^* d\theta'' d\theta'\end{aligned}$$

La precisión del método se puede verificar comparando la solución aproximada con la solución exacta para un material específico. En este caso, las propiedades termoeléctricas del material deben elegirse de modo que su dependencia de la temperatura al menos se parezca aproximadamente a la dependencia real. Para evaluar la precisión de las ecuaciones de equilibrio térmico obtenidas, es conveniente utilizar dependencias de temperatura de las propiedades del material bajo las cuales la ecuación (11) tiene una solución exacta. Además de las propiedades constantes α, κ, ρ de gran interés es el caso donde κ y τ son constantes (en este caso $\alpha = const + \tau \ln T$), y ρ depende de la temperatura linealmente, es decir $\tau^* = 1$, $\kappa = 1$, $v^* = a + b\theta$ ($a = 1 - b/2$). Dichas dependencias describen aproximadamente algunos materiales termoeléctricos, por ejemplo, Telureto de Bismuto ampliamente extendido (Bi_2Te_3) [12]. La Fig.2 presenta la comparación de las dependencias de temperatura de las propiedades de Bi_2Te_3 [11], [14]. $\alpha = (22.2 + 0.931T - 0.991 * 10^{-3}T^2) * 10^{-6} VK^{-1}$, $\kappa = 6.26 - 0.028T + 0.413 * 10^{-4}T^2 Wm^{-1}K^{-1}$, $\rho = (0.511 + 0.016 * T + 0.628 * 10^{-4}T^2)10^{-6} \Omega m$
Con sus aproximaciones: $\kappa^* = 1$, $\tau^* = 1$, $v^* = a + b\theta$.

Cabe señalar que tiene sentido evaluar la precisión de las características de energía determinadas solo en la proximidad de las condiciones de operación, pero no en todo el rango potencial de la variación de corriente eléctrica. Por lo tanto, primero determinamos el valor óptimo de la corriente eléctrica adimensional β , bajo la cual la característica correspondiente del dispositivo termoeléctrico (solución exacta) alcanza el máximo, y el valor de este máximo. Luego, con la misma corriente, las características TEG y TEC se calcularon por los otros métodos. Los resultados del cálculo en forma de desviaciones de las soluciones

aproximadas de las exactas se presentan en la Tabla 1 y la Tabla 2.

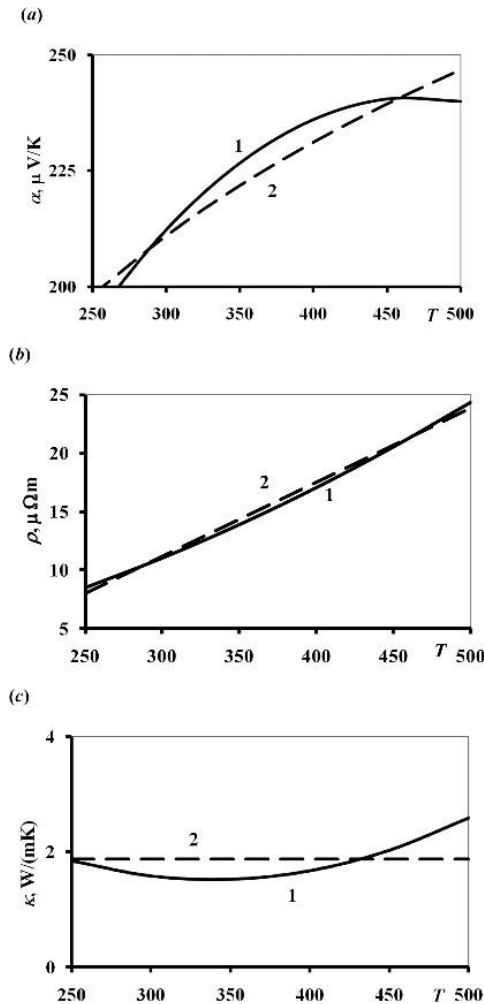


Fig.2. Dependencia de la temperatura del coeficiente de Seebeck (a), resistividad eléctrica (b) y conductividad térmica (c). Líneas continuas (1) - dependencias polinómicas cuadráticas [11,4], líneas punteadas (2) – aproximación $\tau^* = 1, \kappa^* = 1, v^* = a + b\theta$.

Temperatura media [°K]	Poder	Parámetro promedio	Método de la perturbación		Temperatura media	Parámetro Promedio
			Lineal	Cadrático		
450	0,06	0,03	0,03	0	0,04	0,02
400	0,27	0,15	0,15	0,02	0,19	0,1
350	0,69	0,38	0,38	0,06	0,48	0,24
300	1,4	0,76	0,76	0,19	0,98	0,49

Tabla 1. Errores en potencia y eficiencia % (generador termoeléctrico, temperatura de unión caliente ($T_1 = 500 \text{ K}$)).

Temperatura media [°K]	Poder	Parámetro promedio	Método de la perturbación		Temperatura media	Parámetro Promedio
			Lineal	Cadrático		
450	0,06	0,03	0,03	0	0,04	0,02
400	0,27	0,15	0,15	0,02	0,19	0,1
350	0,69	0,38	0,38	0,06	0,48	0,24
300	1,4	0,76	0,76	0,19	0,98	0,49

Tabla 2. Errores en potencia de enfriamiento y coeficiente de rendimiento%. (enfriador

termoeléctrico, temperatura de unión caliente $T_1 = 320 \text{ K}$).

CONCLUSIONES.

Los resultados obtenidos muestran que el método de temperatura media proporciona una precisión cercana a la del método de parámetros promedio, aunque a grandes diferencias de temperatura (para TEG), su precisión en todos los casos es peor. Por lo tanto, el método de parámetros promedio es preferible al método de temperatura media. Según el sentido común, cuanto menor sea la diferencia de temperatura $\Delta T = T_1 - T_0$, mejores serán los resultados de promediar los parámetros en el rango de temperatura de T_0 a T_1 , es decir, el error en el método de los parámetros promedio debería ser menor para TEC, para el cual en el ejemplo considerando $\Delta T_{max} = 50 \text{ K}$, que para TEG ($\Delta T_{max} = 200 \text{ K}$) [13]. En realidad, sin embargo, la situación demuestra ser totalmente diferente: el método de los parámetros promedio da un error menor para TEG que para TEC. Esta conclusión concuerda con los resultados de los cálculos numéricos [6] y puede explicarse por el hecho de que el método de parámetros promedio no es un axioma, sino una modificación del método de perturbación en aproximación lineal. La investigación demuestra que la precisión aceptable en aplicaciones del mundo real (error inferior al 1%) se obtiene para generadores termoeléctricos mediante el método de parámetros promedio y para enfriadores termoeléctricos, mediante aproximación cuadrática del método de perturbación.

REFERENCIAS

Rowe, D. M. (2018). *Thermoelectrics handbook: macro to nano*. CRC press.

H Mamur, M. RA Bhuiyan, F Korkmaz, & M Nil. (2018). A review on. Bismuth Telluride (Bi_2Te_3) nanostructure for thermoelectric applications. *Renewable and Sustainable Energy Reviews* 82, 4159 - 4169.

Mamur, H., & AHISKA, R. (2014). A review: Thermoelectric generators in renewable energy. *International Journal of Renewable Energy Research (IJRER)*, 4(1), 128-136.

Sherman, B., Heikes, R. R., & Ure Jr, R. W. (1960). Calculation of efficiency of thermoelectric

- devices. *Journal of Applied Physics*, 31(1), 1-16.
- Sandoz-Rosado, E., & Stevens, R. (2010). Robust finite element model for the design of thermoelectric modules. *Journal of electronic materials*, 39(9), 1848-1855.
- Chen, W. H., Liao, C. Y., & Hung, C. I. (2012). A numerical study on the performance of miniature thermoelectric cooler affected by Thomson effect. *Applied Energy*, 89(1), 464-473.
- Fraisse, G., Ramousse, J., Sgorlon, D., & Goupil, C. (2013). Comparison of different modeling approaches for thermoelectric elements. *Energy conversion and management*, 65, 351-356.
- Huang, Y. X., Wang, X. D., Cheng, C. H., & Lin, D. T. W. (2013). Geometry optimization of thermoelectric coolers using simplified conjugate-gradient method. *Energy*, 59, 689-697.
- Oliveira, K. S., Cardoso, R. P., & Hermes, C. J. (2014). Numerical assessment of the thermodynamic performance of thermoelectric cells via two-dimensional modelling. *Applied energy*, 130, 280-288.
- Fateh, H., Baker, C. A., Hall, M. J., & Shi, L. (2014). High fidelity finite difference model for exploring multi-parameter thermoelectric generator design space. *Applied energy*, 129, 373-383.
- Jia, X., & Gao, Y. (2014). Estimation of thermoelectric and mechanical performances of segmented thermoelectric generators under optimal operating conditions. *Applied Thermal Engineering*, 73(1), 335-342.
- Marchenko, O. V. (2018). Performance modeling of thermoelectric devices by perturbation method. *International Journal of Thermal Sciences*, 129, 334-342.