

DETECTION OF PATTERNS IN ELECTROMYOGRAPHIC SIGNALS OF THE QUADRICEPS USING WAVELET TRANSFORMS

DETECCIÓN DE PATRONES CARACTERÍSTICOS CON TRANSFORMADAS WAVELET EN SEÑALES ELECTROMIOGRÁFICAS DEL CUADRICEPS

Ing. Yesid E. Santafé, Ing. Betsy D. Chaparro, Ing. Jonnathan Franco

Fundación universitaria de San Gil, Facultad de Ciencias Naturales e Ingeniería,
Programa Ingeniería Electrónica Semillero SIBI-IDENTUS, UNISANGIL.
Km 2 vía San Gil- Charalá, San Gil, Santander, Colombia.
Tel. +57-7-724 6565, Línea gratuita: +01 8000 125 445.
E-mail: ysantafe@unisangil.edu.co, {betsychaparro, jonnathan_franco}@hotmail.com

Resumen: Este documento expone el diseño de un programa prototipo de detección de patrones característicos con transformadas *wavelet* en señales electromiográficas del cuádriceps para la detección y comparación de patrones entre dos señales de dicho músculo, que permiten hacer seguimiento de la evolución de lesiones que involucren el desempeño del cuádriceps, como lo son las lesiones de rodilla o fémur, y a su vez ofrecer una herramienta tecnológica de apoyo a fisiatras y fisioterapeutas.

Palabras clave Cuádriceps, Señal electromiográfica, Transformada De Wavelet

Abstract: This paper presents the design of a prototype program detection characteristic patterns with wavelet transformed electromyography signals of quadriceps for the detection and pattern matching between two signals of the muscle, which can track the evolution of lesions involving the performance of quadriceps, such as knee injuries or femur, and in turn provide a technological tool to support physiatrists and physical therapists.

Keywords: Quadriceps electromyography signal, wavelet transform.

1. INTRODUCCIÓN

Con el propósito de dar objetividad al diagnóstico médico de los especialistas en electromiografía, se presenta el diseño un programa prototipo para la detección y comparación de patrones de dos señales electromiográficas del cuádriceps, para reconocer la evolución de la lesión de rodilla o fémur, de manera que, el especialista obtiene una herramienta de análisis de la señal electromiográfica del cuádriceps, que le permitirá identificar tendencias en el comportamiento de la señal durante la evolución de la lesión.

Para este análisis de la señal electromiográfica del músculo cuádriceps, se implementaron métodos como transformada de *wavelet*, aproximación temporal, autocorrelación, índices fractales de Hurst y descripción estadística, que identifican la señal en varios aspectos, estos patrones son comparados por medio del sistema ANFIS (*Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System*), correlación, covarianza y diferencia de magnitudes.

2. MARCO TEÓRICO

2.1 Músculo Cuádriceps

El músculo cuádriceps femoral o cuádriceps crural (músculo de la pierna, ver fig. 1) es un músculo formado por cuatro haces musculares, vasto medial, vasto intermedio, vasto lateral, y recto femoral, que se encuentran en la cara anterior del fémur y está encargado de flexionar la pierna y la cadera, que por medio de la rodilla, se tensiona hasta lograr la completa extensión, definiendo esta extensión en grados de 160° aproximadamente.

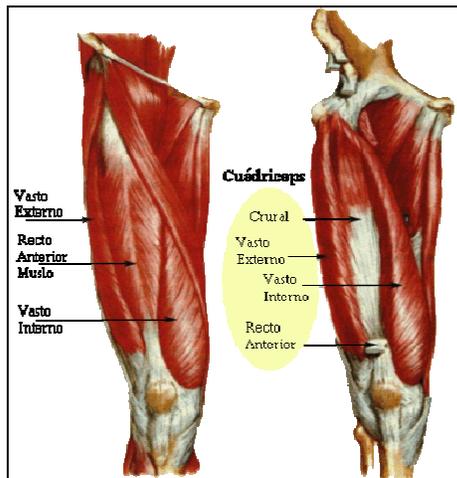


Fig. 1. Músculo de la pierna [1]

El músculo cuádriceps no sólo se encarga de la extensión de la rodilla sino también de reforzar la rodilla contra el peso del cuerpo, cuando la rodilla se lesiona se inhibe la contracción del cuádriceps produciendo atrofia o hipotrofia en el mismo, es decir, disminución del volumen del músculo, por tal motivo, en el proceso de rehabilitación de lesiones de rodilla, se hace indispensable la potenciación del cuádriceps. [2].

Cuando ocurre una fractura o lesión en el fémur puede lograrse la distensión de los cuádriceps ocasionando dolor y sensación de rigidez y en casos más graves puede presentarse un período de marcha anómala.

Si lo que ocasionó la lesión del fémur fue un golpe directo sobre el cuádriceps, éste sufrirá una contusión en que se pueden sentir molestias a la palpación o hasta llegar a alterarse el periodo de marcha si la contusión es más severa, en todos los casos se debe seguir un programa de potenciación del músculo cuádriceps durante la rehabilitación [3].

2.2 Señal electromiografía

Una señal electromiografía es la señal eléctrica que produce un músculo cuando se despolariza la membrana muscular durante su contracción. La EMG-S (Electromiografía de superficie), permite el análisis de estas señales y registrar los cambios en el potencial de acción de las unidades motoras. La electromiografía facilita el análisis del comportamiento de un músculo de forma cualitativa, pero no se ha podido determinar su relación cuantitativa. La electromiografía es utilizada en el diagnóstico y tratamiento clínico de la patología de nervios periféricos y músculos [4].

2.3 Transformada Wavelet

2.3.1 Transformada de Wavelet continua

La transformada de *wavelet* representa una señal en términos de versiones trasladadas y dilatadas de una onda finita. Es una herramienta matemática que busca rescatar las características relevantes que se encuentran en la señal original, representándola más sintéticamente. La transformada *wavelet* puede servir para el análisis de tiempo-variación o de señales no estacionarias descomponiendo la señal en el dominio tiempo-frecuencia [5].

2.3.2 Transformada de Wavelet discreta.

En la representación matemática de la transformada discreta de *wavelet* la escala de frecuencia s es remplazada por 2^i donde i representa los niveles en los que se descompone la señal.

$$wt(2^i, t) = \frac{1}{\sqrt{2^i}} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) y^* \left(\frac{t-t}{2^i} \right) dt \quad (1)$$

En la transformada de *wavelet* la señal se descompone en aproximaciones y detalles, las aproximaciones contienen los componente de baja frecuencia de la señal y los detalles los componentes de escala alta. La señal es pasada por dos filtros complementarios, de esta manera surgen dos señales. Para evitar obtener al final del filtrado las dos señales sumen el doble de muestras que la señal original, se toma un solo punto de dos y así las dos señales resultantes al filtrar la señal original tendrán, cada una, la mitad de muestras que la señal original. La transformada de *wavelet* también se puede aplicar para varios niveles de descomposición. La selección de los niveles de descomposición depende de la naturaleza de la señal o de un criterio como el de la entropía [6].

3. ADQUISICIÓN DE LAS SEÑALES ELECTROMIOGRÁFICAS DEL MÚSCULO CUÁDRICEPS

En la adquisición de las señales electromiográficas del músculo cuádriceps se realizó con el equipo PowerLab 4/25T, especializado en la adquisición de señales biológicas. Se seleccionó un rango de amplificación de ± 50 mV correspondiente a una resolución de $1.56 \mu\text{V}$, una frecuencia de muestreo de 1 KHz correspondiente a 5 veces la máxima frecuencia a adquirir, el filtro rechaza banda de 60 Hz, se selecciono un filtro pasa altas de 10 Hz y un filtro pasa bajas de 200 Hz, concordando con los parámetros de adquisición ya determinados.

Establecidos los parámetros de acondicionamiento de las señales electromiográficas del músculo cuádriceps en el equipo de adquisición de datos PowerLab 4/25T, se procedió a tomar las señales de cuádriceps sanos y enfermos, los datos fueron adquiridos y almacenados por medio de *labchart*, software que trae el equipo PowerLab 4/25T para el registro, procesamiento y almacenamiento de los datos.

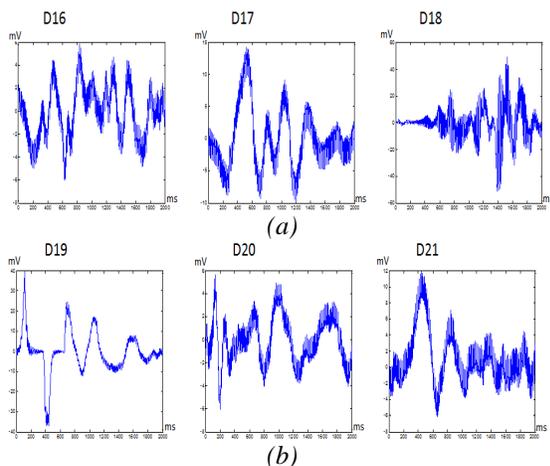


Fig. 2 a. Señal electromiografía de algunos de los pacientes sin lesión

b. Señal electromiografía de algunos de los pacientes con lesión de rodilla.

Finalmente se registraron 18 señales sanas y tres señales con lesiones de rodilla. No fue posible el registro de señales de pacientes con lesiones de fémur, no obstante, el diseño del programa hace posible el análisis de señales de pacientes con cualquier tipo de lesión que afecte el músculo cuádriceps, ya que el proceso es realizado sobre la señal obtenida de este músculo.

4. DETECCIÓN DE LAS SEÑALES ELECTROMIOGRÁFICAS DEL MÚSCULO CUÁDRICEPS

4.1 Transformada *Wavelet*

Se aplicó la Transformada de *Wavelet* Discreta (TDW) como lo método para rescatar las características más relevantes de las señales electromiográficas del músculo cuádriceps ya que puede ser aplicado a señales no estacionarias descomponiendo la señal en el dominio tiempo-frecuencia. La TDW realiza un ventaneo con regiones de tamaño variables, en los intervalos de mayor tiempo se obtiene información precisa de las frecuencias bajas, y en regiones de tiempo más corto se obtiene información de las frecuencias más altas. Dada la forma de la señales electromiográficas adquiridas del músculo cuádriceps se seleccionó la ventana *Wavelet* db5 perteneciente a la familia Daubechies, considerando esta ventada como la que mejor representa las características, de forma, observadas en las señales electromiográficas.

Se eligieron 7 niveles de descomposición para sintetizar la señal en 24 muestras, esta disminución de la longitud del vector de información facilita y agiliza el posterior procesamiento de los datos y representa la información relevante conservando la forma de la señal.

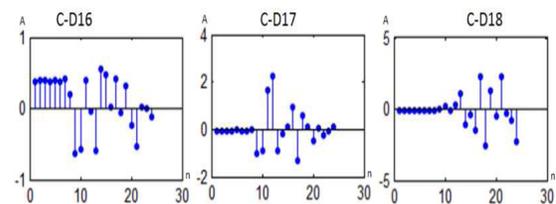


Fig. 3. Coeficientes de Wavelet hallados algunos de los pacientes sin lesión (Fig. 2a)

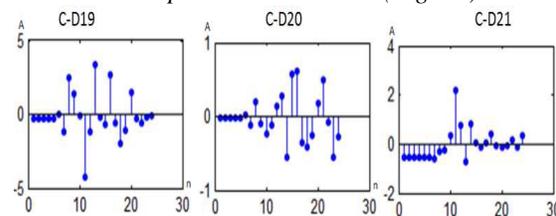


Fig. 4. Coeficientes de Wavelet hallados a una señal del cuádriceps

4.2 Aproximación Temporal

Para observar otros patrones de comportamiento de la señal se hallaron las variables que permiten hacer una aproximación temporal, estas son, cruces por cero, valor medio absoluto, longitud de onda y cambios de pendiente.

Los patrones de aproximación temporal fueron hallados para las señales de pacientes sanos y para las señales de pacientes con lesión de rodilla, aplicando cada uno de los programas diseñados con este fin. En la tabla 1 y 2 se presentan los patrones de algunas de las señales.

Tabla 1: Patrones de aproximación temporal de pacientes sanos

Datas	Cruces por cero	Longitud de onda	Valor medio absoluto	Cambios de pendiente
D1	186	82.2522	0.159157	267
D2	103	19.7289	0.0642522	512
D3	103	27.9878	0.0719285	271
D4	135	22.7259	0.0709848	228
D5	270	76.2011	0.0954643	409

Tabla 2: Patrones de aproximación temporal de pacientes enfermos.

Datas	Cruces por cero	Longitud de onda	Valor medio absoluto	Cambios de pendiente
D19	77	17.7388	0.131594	374
D20	92	11.2742	0.0336484	662
D21	181	20.398	0.0470974	523

4.3 Índice Fractal Hurst

La caja de herramientas de *Wavelet* de *Matlab* permite hallar un índice fractal mediante la función *wfbmesti*, en la que se hace una valoración del parámetro de movimiento browniano fraccionario, llamado así al movimiento aleatorio de las partículas en un medio fluido, permitiendo evaluar sucesos aleatorios y no solamente a estructuras definidas determinísticamente, en este caso, se aplica a la señales electromiográficas de músculo cuádriceps considerando su naturaleza aleatoria.

La función *wfbmesti* halla tres estimaciones del índice fractal H o escala de Hurst de un señal, suponiendo que esta viene de un movimiento browniano fraccionario.

La escala de Hurst es la representa el grado de rugosidad de la señal o tendencia, estos valores tienen un rango de 0 a 1, si $1 > H > 0.5$ la serie es persistente, es decir, que los valores tienden a seguir la misma dirección o comportamiento y si $0 < H < 0.5$ la serie es antipersistente, es decir, que los valores tienden a ir en contra o inversa a la dirección de los otros valores y si $H=0.5$ corresponde a un movimiento browniano ordinario cuya derivada es el ruido blanco.

La primera estimación se basa en la derivada discreta de segundo orden, la segunda es una adaptación basada en *Wavelet* y la tercera en la gráfica de regresión lineal loglog de la varianza del detalle contra nivel.

Tabla 3: Estimaciones del índice fractal (IF) Hurst de señales de pacientes sanos

Datas	If1	If2	If3
D1	1.83505	2.45546	-0.0406906
D2	1.28999	1.41421	0.211649
D3	1.89542	3.46477	0.380959
D4	1.90664	3.45411	0.293806
D5	1.81601	3.32157	-0.202596

Tabla 4: Estimaciones del índice fractal (IF) Hurst de señales de pacientes enfermos.

Datas	If1	If2	If3
D19	1.50462	1.49975	0.421096
D20	1.19696	1.21393	0.214991
D21	1.4194	1.63638	0.0856232

Que los índices de Hurst hallados para las señales electromiográficas del cuádriceps estén por fuera de los rangos significa que la señales no se clasifican como un movimiento browniano persistente ni antipersistentes, es decir, que no se pueden definir como datos tendientes a crecer o decrecer con el mismo signo del intervalo anterior, ni tampoco como datos tendientes a ser del signo contrario, en otras palabras, no puede determinarse que tienden a la misma dirección ni que tienden a la dirección contraria, de manera que los datos analizados oscilan de forma más errática, de un lado para otro sin hacer parte de las tendencias evaluadas.

Aún así, los índices hallados, sin necesidad de clasificarlos, en persistentes o no antipersistentes, pueden considerarse como una magnitud que podría seguir un comportamiento característico en las señales electromiográficas, aunque su comportamiento sea más errático.

Por medio de la autocorrelación se puede evaluar la autosimilitud de una señal, que se define como la correlación cruzada de la señal consigo misma. Para hallar este patrón de comportamiento se implementó la función *xcorr*, función de *Matlab* que halla la autocorrelación de un vector de datos.

4.4 Descripción estadística

Se realizó una descripción estadística de las señales, hallando los patrones de comportamiento valor máximo, valor mínimo, moda, media, mediana, desviación estándar y varianza.

Tabla 5: Máxima y Mínimo valor de autocorrelación de la señales de pacientes sanos.

Datos	Max.autocorr	Min.autocorr
D1	89.2053	-25.8221
D2	13.5316	-7.29374
D3	49.9645	-17.4169
D4	57.041	-27.4688
D5	34.2228	-10.0904

Tabla 6: Máxima y Mínimo valor de autocorrelación de la señales de pacientes con lesión de rodilla.

Datos	Max.autocorr	Min.autocorr
D19	81.9683	-39.297
D20	3.33909	-1.33831
D21	8.76861	-2.44586

5. DISEÑO DEL SOTWARE

5.1 Comparación de los coeficientes de *wavelet*

Para apreciar la diferencia entre los coeficientes de *Wavelet* extraídos de las señales originales es necesario aplicar técnicas de análisis que permitan apreciar la diferencia entre una señal y otra, ya que estas diferencias son imperceptibles a simple vista.

1. Error Anfis La herramienta ANFIS (*Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System*) usa un algoritmo híbrido de aprendizaje para identificar parámetros de sistemas difusos. Esta herramienta ANFIS aplica una combinación de mínimos-cuadrados y *backpropagation* para entrenar. La función de ingreso FIS emula el orden dado de los datos. El ANFIS también puede ser invocado para validación de modelos de sistemas.

Para la comparación de los coeficientes de *Wavelet*, entre una señal de un paciente sano y una señal de un paciente con lesión, se implementó la herramienta *anfis* de Matlab, que en este caso, toma como referencia dos vectores, uno como entrada y otro como salida, los dos vectores son compuestos por los coeficientes de las dos señales a comparar, el cual genera una función FIS que

determina el comportamiento de los datos entrada versus salida, el cual da como resultado un error de aprendizaje del sistema, que usando la mismas condiciones iniciales para la creación de reglas y funciones, indica la complejidad que existe en el sistema para que la función FIS siga el comportamientos de los datos ingresados, al variar la salida, que corresponde a un músculo enfermo.

Para observar la variación del error al cambiar la salida de sistema, es necesario mantener constante la entrada. Una persona posee características morfológicas y hábitos tanto alimenticios como de actividad física, que influyen en los patrones característicos de sus señales electromiográficas, lo que hace que cada cuerpo sea un sistema diferente, esto significa que las señales electromiográficas de dos personas diferentes pueden presentar variaciones significativas al ser comparadas, por este motivo, para estudiar la evolución de una lesión de rodilla o fémur se debe tomar como referencia una señal eletromiográfica del cuádriceps correspondiente al mismo cuerpo o sistema, es decir, que se tomaría la señal del músculo cuádriceps que se encuentra en la pierna sana como referencia para estudiar la evolución de la lesión de la pierna contraria, de manera que las dos señales comparten las misma características morfológicas y mismos hábitos.

Se realizó una prueba con las señales para dar ejemplo del funcionamiento del algoritmo resultando que la variación presentada entre una señal de un músculo cuádriceps sano y un músculo cuádriceps enfermo, de la misma persona, presenta una variación relativamente pequeña, pero superior a la obtenida al ser comparadas las señales sanas de la pierna derecha y la pierna izquierda de un paciente sin lesiones, un ejemplo de este comportamiento se presenta en los resultados de las comparaciones de la tabla 7.

Tabla 7: Comparaciones del error.

Paciente	Data de referencia	Data a comparar	Error
Pedro Mantilla	D17 (sana) (Izquierda)	D17 (sana) (Izquierda)	0.00000480
		D21 (con lesión) (Derecha)	0.0109803
Betsy Chaparro	D2 (sana) (Derecha)	D22 (sana) (Izquierda)	0.00557309
Jonnathan Franco	D11 (sana) (Derecha)	D23 (sana) (Izquierda)	0.00244651

La variación que se presenta en la comparación de la señal de una pierna y la otra, de un mismo paciente, depende de si es diestro o izquierdo y también de qué actividad física realice.

5.2 Correlación y covarianza

La correlación y la covarianza fueron halladas por medio de la función *corr* y *cov* de Matlab, respectivamente, aplicadas en la comparación de los coeficientes de *Wavelet* de dos señales. Se determina la correlación y la covarianza entre dos señales. La correlación permite observar la variación de una señal respecto a los valores homónimos de la otra y la covarianza la dispersión de los datos. En la tabla 8 se pueden apreciar la comparación realizada entre tres señales sanas y cinco señales (tres enfermas y dos sanas).

Tabla 8: *Correlación y covarianza.*

Data1	Data 2	Correlación	Covarianza
D1(sano)	D19(con lesión)	0.0860058	0.143043
	D20 (con lesión)	0.156542	0.0522477
	D21(con lesión)	0.0421449	0.0284936
	D7(sano)	-0.386141	-0.298532
	D6(sano)	0.114339	0.0529276
D9(sano)	D19(con lesión)	-0.614433	-0.849438
	D20 (con lesión)	-0.147068	-0.0408033
	D21(con lesión)	0.532897	0.299493
	D7(sano)	0.310532	0.199569
	D6(sano)	0.0753727	0.0290029
D15(sano)	D19(con lesión)	0.0500597	-0.244191
	D20 (con lesión)	-0.221251	-0.0216583
	D21(con lesión)	0.441361	0.0875183
	D7(sano)	0.0912605	0.0206934
	D6(sano)	-0.25588	-0.0347396

5.2 Comparación de la aproximación temporal, índice fractal Hurst, Autocorrelación, entropía y descripción estadística

Los patrones de aproximación temporal, índice fractal Hurst, autocorrelación, entropía y descripción estadística fueron comparados mediante la diferencia de magnitudes de los patrones entre dos señales, con el fin de apreciar la dimensión del valor que los separa, esta dimensión puede significar para un especialista, en el análisis de señales electromiográficas, el grado de evolución de la lesión evaluada.

En la tabla 9 contiene un ejemplo de la comparación realizada entre tres señales sanas y cinco señales (tres enfermas y dos sanas).

Tabla 9: *Correlación y covarianza.*

		D17 (sano)	D21(con lesión)	Diferencia
Aproximación temporal	Cruces por cero	104	181	77
	Longitud de onda	22.6889	20.398	-2.29094
	Valor medio absoluto.	0.0711794	0.0470974	-0.024702
	Cambios de pendiente	483	523	40
Índices fractales Hurst	1	1.49404	1.4194	-0.074613
	2	1.79018	1.63638	-0.153803
	3	0.212101	0.0856232	-0.126478
Autocorrelación	Máx autocorrelación	17.6326	8.76861	-8.86397
	Min autocorrelación	-6.82577	-2.44586	4.37992
Entropía	Entropía	39.285	29.1109	-10.0176
	Valor máx	0.28632	0.23812	-0.0482
Descripción estadística	Valor mín	-0.19578	-0.12478	0.071
	Moda	-0.0176	-0.00176	0.01584
	Media	0.00283769	-0.0171406	0.0143029
	Mediana	-0.0095	0.00466	0.01416
	Std	0.0938757	0.0639731	-0.0299026
	Varianza	0.00881264	0.00409255	-0.00472009

6. ENTORNO GRÁFICO

Se diseña una interfaz gráfica. En la fig 5 se presentan un bosquejo de los principales procesos llevados a cabo en la detección y comparación de patrones.

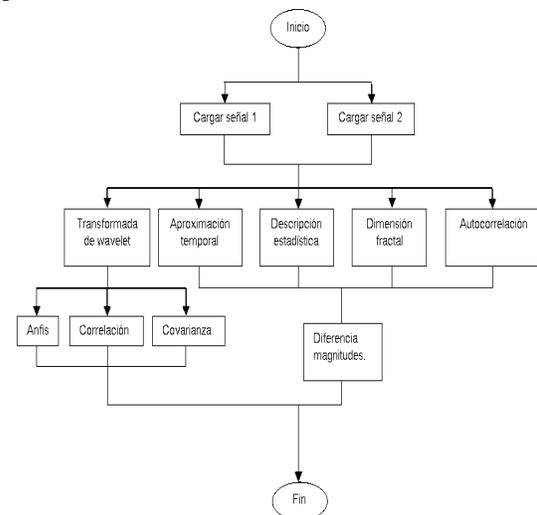


Fig. 5. Bosquejo de los principales procesos.

La interfaz gráfica fue desarrollada en una versión de prueba de Matlab, compuesta de una ventana de presentación para el ingreso al programa analizador, una ventana para ejecutar las opciones del analizador y una ventana de ayuda. Para observar el manejo y pasos para usar el entorno gráfico de detección y comparación de patrones de la señal electromiográfica del músculo cuádriceps se realizó un guía práctica.

En la figura 6 se puede detallar la ventana del programa principal que contiene una conjunto de botones que permiten al usuario, buscar y cargar las señales, ejecutar. El detector de patrones, ejecutar la comparación de patrones e ingresar a una ayuda rápida.

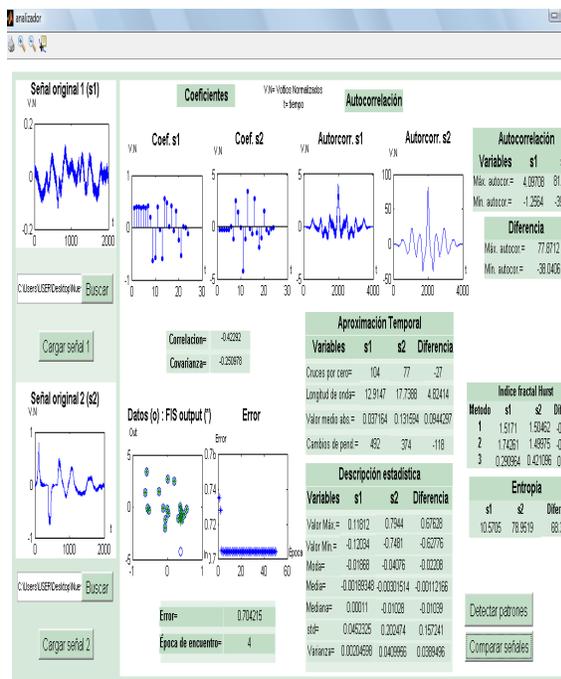


Fig. 6. Interfaz gráfica del programa principal.

7. CONCLUSIONES

El sistema de evaluación de las señales electromiográficas del músculo cuádriceps para el reconocimiento de la evolución de lesiones de rodilla y fémur, es una herramienta tecnológica que permite el estudio de tendencias y comportamientos en la evolución de las lesiones, brindando una ayuda objetiva a cualquier especialista en señales electromiográficas, que desee realizar un análisis minucioso.

El programa diseñado para la detección de patrones, extrae las características usando cinco técnicas, transformada de *Wavelet*, aproximación temporal, descripción estadística, índices fractales y autocorrelación, que brindan información en diversos aspectos de la señal electromiográfica de los músculos cuádriceps.

El programa de comparación de patrones diseñado, compara dos señales electromiográficas, ofreciendo la posibilidad de estudiar las variaciones

presentadas en la señal del cuádriceps durante la evolución de las lesiones.

El método de comparación usando la herramienta ANFIS de Matlab entrega un error establecido por la función FIS (*Fuzzy Interference System*), que permite analizar la relación existente entre una señal de referencia y una señal de salida, que al ser variada modifica el error, de acuerdo a su diversificación, permitiendo analizar las variaciones de la señal durante la recuperación de la lesión. Este método tiene como desventaja que las señales electromiográficas a comparar deben ser del mismo individuo, ya que para aplicarlo, la señal de referencia debe compartir las variaciones que dependen de la morfología, hábitos alimenticios, actividad física, entre otros, del sujeto, para que al observar los errores entregados en varias comparaciones, su variaciones dependan fundamentalmente de las modificaciones provocadas por la lesión de cada individuo y no por las variaciones que existen por ser de dos individuos diferentes.

Cuando el desempeño del cuádriceps presenta anomalía debida a una lesión, el error resultante de la comparación con la señal de un músculo cuádriceps normal, es mayor que el error resultante de comparar dos señales sin alteraciones.

RECONOCIMIENTO

Laboratorio de Biomecánica Universidad de Pamplona. A los Docentes Henry Becerra y Fernando Cote por sus aportes al trabajo.

REFERENCIAS

- [1] Fisioterapia en los músculos cuádriceps. [En línea]. Disponible desde internet en: <http://www.fisiostar.com/2010/06/fisioterapia-en-el-musculo-cuadriceps.html> [Con acceso el 20-02-2011]
- [2] Lorenzo, Miguel Ángel. Rehabilitación activa en la rodilla dolorosa. *Tribuna Médica*. [En línea]. Disponible desde internet en: http://www.ibermutuamur.es/revista_bip_antigua/40/pdf/08_Tri_medica/01_Tri_med_bip40_rodilla.pdf [Con acceso el 20-02-2011]
- [3] Morales. Francisco Javier y de los Ríos Giraldo, Adolfo. *Revista Colombiana de Ortopedia y Traumatología*. Rehabilitación en lesiones del ligamento cruzado posterior.

- Marzo de 2006, Volumen 20-No 1, p.423-430.
[En línea]. Disponible desde internet en:
http://www.sld.cu/galerias/pdf/sitios/rehabilitacion-doc/rehabilitacion_marzo2006.pdf [Con acceso el 20-02-2011]
- [4] Millares Marrero, Rodrigo C.; Millares Rull, Iris. Biomecánica Clínica de las Patologías del Aparato Locomotor. Barcelona (España): MASSON, S.A., 2007. p118-121.
- [5] Gao, Robert X. y YAN Ruqiang. Wavelets: Theory and Applications for manufacturing. New York: Springer, 2010, pp. 33-48.
- [6] HELP MATLAB. Disponible en Internet: <http://www.mathworks.com/help/toolbox/wavelet/>. [Con acceso el 19/03/2011]