

**DYNAMIC MODELING OF REACTIVE COMPENSATORS FOR THE  
IMPROVEMENT OF THE VOLTAGE STABILITY****MODELOS DINÁMICOS DE COMPENSADORES REACTIVOS PARA LA  
MEJORA EN LA ESTABILIDAD DE VOLTAJE**

**MSc. Oscar Núñez Ortega, MSc. Jorge Arturo Pérez Venzor, MSc. Abel Eduardo  
Quezada Correón, Ing. Ismael Canales y MSc. Armando Gandara Fernández**

**Universidad Autónoma de Cd. Juárez, Instituto de Ingeniería y Tecnología.**  
Departamento de Eléctrica y Computación.  
Av. del Charro # 610 Nte, Partido Romero, C.P. 32310.  
Tel.: +(52) (656) 6884800, Ext.4741.  
E-mail: {oscar.nunez@uacj.mx, jorperez@uacj.mx, abquezad@uacj.mx,  
icanales@uacj.mx, agandara@uacj.mx }

**Abstract:** This work shows the application of the numerical integration method known: Trapezoidal Rule Integration (TRI) to the model of a reactive power compensation device, the great advantages of using this particular method and application of the model developed in a simulation tool using MATLAB. It also compares the functionality of the model developed with (TRI), using control models, developed in the environment of MATLAB-SIMULINK graphical simulation.

**Keywords:** FACTS, SVC, TRI and stability.

**Resumen:** Este trabajo muestra la aplicación del conocido método de integración numérica: Regla de Integración Trapezoidal (RTI) al modelo de un dispositivo compensador de potencia reactiva, las grandes ventajas de aplicar este método en particular y la aplicación del modelo desarrollado en una herramienta de simulación utilizando MATLAB. También se compara la funcionalidad del modelo desarrollado con (RTI), utilizando modelos de control desarrollados en el ambiente de simulación gráfica MATLAB-SIMULINK.

**Palabras clave:** SIFLECTA, CEV, RIT y estabilidad.

## 1. INTRODUCCIÓN

El Compensador Estático de Var's "CEV" Pertenece a la familia de dispositivos llamados FACTS (*Flexible Alternating Current Transmission Systems*) (Hingonari, 1993), los cuales tienen como funciones principales: Aumento de flujo de potencia activa a través de rutas preestablecidas, Incremento de la cargabilidad de las líneas de transmisión, Mayor habilidad para transferir energía entre áreas controladas ayudando con esto a reducir las reservas de generación de

forma significativas, reducción significativa de apagones en cascada al evitar los efectos de fallas y equipos dañados, reducción de oscilaciones en el sistema lo cual puede dañar equipo y/o limitar la capacidad de transmisión de potencia, entre otras. El CEV es un conjunto de dos o más dispositivos: RCT: Reactor Controlado Por Tiristores; CCT: Capacitor Conectado Por Tiristores; FA: Filtros de Armónicos; Otros: Reguladores de voltaje, lógica de control para el disparo de los tiristores, etc.

La función del CEV es generar una susceptancia equivalente la cual dependiendo de si es capacitiva o inductiva, absorberá o inyectará potencia reactiva la cual servirá para tener un control activo de voltaje, compensar las deficiencias o excesos de potencia reactiva en la red y ayudar a amortiguar las oscilaciones. Un diagrama esquemático se observa en la figura 1.

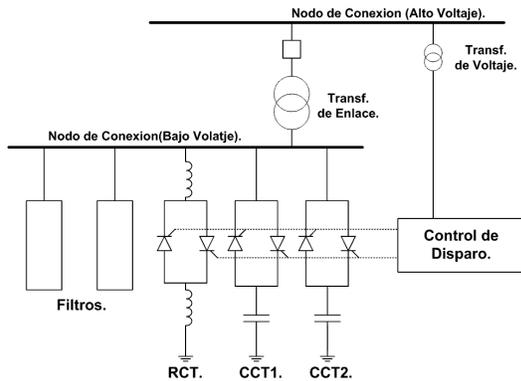


Fig. 1: Representación esquemática del CEV (Miller, 1982).

## 2. MODELOS DISPONIBLES DEL CEV

El CEV en la actualidad es ya una tecnología que ha madurado completamente por tal motivo es utilizado ampliamente en sistemas de potencia. Por esta razón modelos estandarizados son necesarios para su utilización por parte de empresas y desarrolladores de tecnología. Los modelos del CEV para aplicación deben de ser estandarizados lo más extensamente posible ya que esto permitirá una mejor adaptación de los modelos a los algoritmos de aplicaciones específicas y un mejor intercambio de datos entre diferentes algoritmos de aplicación. Entre los modelos que actualmente existen se encuentran los modelos de flujos de potencia y los modelos de estabilidad, siendo estos últimos la motivación del presente trabajo.

### 2.1. Modelos del CEV para Flujos de Potencia

Los primeros modelos del CEV lo referían como un generador junto con una reactancia inductiva. La reactancia junto con el CEV le daba la característica de regulación de voltaje. Esta representación simplista del CEV asumía que la pendiente de operación era igual a cero, asumiendo que esta condición era aceptable siempre y cuando el CEV funcionara dentro de sus límites, pero se producían grandes errores si el CEV era operado cerca de sus límites. Este problema era generado por la condición de pendiente cero, por tal motivo

fue necesario incluir una pendiente al modelo del CEV para estudios de flujos de potencia. La pendiente podía ser representada al conectar el CEV a un nodo auxiliar el cual es conectado a su vez al nodo de alto voltaje mediante una reactancia inductiva que consistía en la reactancia del transformador y la pendiente del CEV. Así el nodo de alto voltaje era representado como un nodo tipo PQ (Carga) y el nodo auxiliar del tipo PV (Generador) (Acha E., *et al*). Este modelo se ilustra en la figura 2.

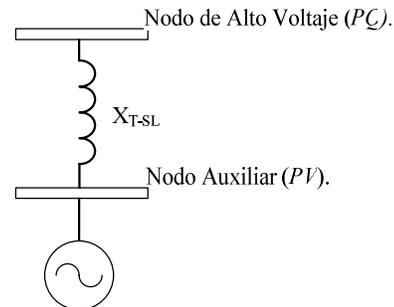


Fig. 2: Representación del CEV como generador usado en estudios de flujos de potencia (Acha E., *et al*).

Estos modelos fueron útiles siempre que el CEV no llegase a sus límites, en tales casos era necesario cambiar el modelo del CEV a una susceptancia fija. Este modelo combinado proporcionaba buenos resultados en cuanto a precisión se refiere, pero presentaba problemas debido a que cada representación utilizaba diferente número de nodos. Cuando estaba dentro de rango usaba dos o tres nodos y cuando estaba fuera de rango solo usaba un nodo. Esta diferencia de nodos ocasionaba que en los algoritmos como: Newton Raphson, reordenamientos y redimensionamientos repetidos del Jacobiano durante la solución iterativa. Otra desventaja era que la cantidad de potencia reactiva para el modelo de generador es fija ya que los generadores tienen límites fijos, mientras que para el modelo de susceptancia la cantidad de potencia reactiva es obtenida del producto de la susceptancia y el voltaje en terminales del CEV, esto ocasionaba grandes errores en la solución. Hoy en día los modelos que predominan el mercado son aquellos en los que la susceptancia se considera como variable, por tal motivo es posible modelar el CEV de forma más realista. Un modelo representativo se muestra en la figura 3.

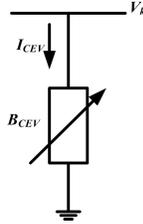


Fig. 3: Modelo de Suceptancia Variable (Acha E., et al, 2004).

Dos modelos del CEV para estudios de flujos de potencia son considerados. Primeramente un modelo de susceptancia variable donde la variable de estado es la misma susceptancia, y otro de ángulo de disparo, donde el ángulo de disparo en los tiristores es la variable de estado que determina la cantidad de susceptancia. Las ecuaciones (1) y (2) muestran el acoplamiento de estos modelos en el Jacobiano del algoritmo de solución de Newton Raphson.

$$\begin{bmatrix} \Delta P_k \\ \Delta Q_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & Q_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta q_k \\ \frac{\Delta B_{CEV}}{B_{CEV}} \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\begin{bmatrix} \Delta P_k \\ \Delta Q_k \end{bmatrix}^i = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial Q_k}{\partial a} \end{bmatrix}^i \begin{bmatrix} \Delta q_k \\ \Delta a \end{bmatrix} \quad (2)$$

Donde:

$$Q_k = -V_k^2 B$$

$$\frac{\partial Q_k}{\partial a} = \frac{2V_k^2}{X_L} (\cos(2a) - 1)$$

$$B_{CEV}^{i+1} = B_{CEV}^i + \left( \frac{\Delta V_{CEV}}{B_{CEV}} \right)^i B_{CEV}^i$$

$$a^{i+1} = a^i + \Delta a^i$$

Es necesario mencionar que ambos modelos; susceptancia total y ángulo de disparo, presentan excelentes propiedades numéricas. Sin embargo la forma del modelo requiere de un proceso iterativo adicional una vez que la solución de flujos de potencia ha convergido, esto para determinar el ángulo de disparo. Ambos modelos satisfacen requerimientos similares, pero sus parámetros diferentes ( $B$  y  $a$ ) se ajustan durante el proceso iterativo.

### 2.2. Modelos del CEV para Estudios Dinámicos.

La IEEE (SSCWGR, 1993) ha propuesto dos modelos básicos del CEV para estudios dinámicos:

El modelo básico 1 de la IEEE, el cual corresponde al formato ganancia-constante-tiempo, y El modelo básico 2 de la IEEE, el cual relaciona un integrador con el formato corriente-pendiente. El modelo 1 mostrado en la figura 4, es un modelo de regulador-voltaje, mostrados respectivamente en las figuras 4 y 5. La ganancia  $K_R$  (inversa de la pendiente) es típicamente de  $20pu$  (5%) y  $100pu$  (1%) en la base de potencia reactiva del CEV. La constante de tiempo  $T_R$  es usualmente considerada entre  $20ms$  y  $150ms$  y las constantes de tiempo  $T_1$  y  $T_2$  del compensador son generalmente cero.

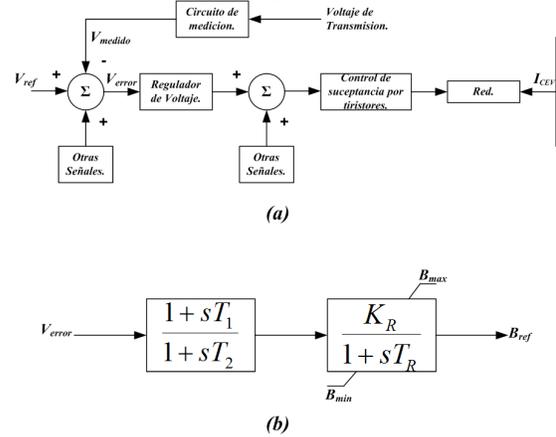


Fig. 4: Modelo básico 1 de IEEE para el CEV(a), Regulador de Voltaje (b), (SSCWGR, 1993).

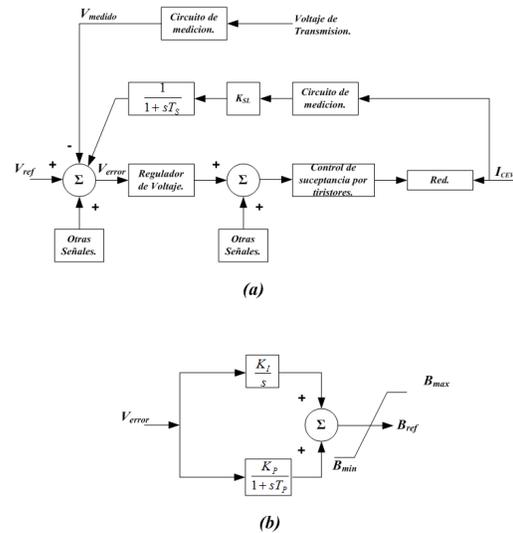


Fig. 5: Modelo básico 2 de IEEE para el CEV (a), Regulador de Voltaje (b), (SSCWGR, 1993).

El modelo básico 2 de la IEEE (SSCWGR, 1993) y su regulador de voltaje son mostrados respectivamente en las figuras 5(a) y 5(b). Una ganancia proporcional  $K_p$  se emplea para incrementar la velocidad de respuesta. El regulador de voltaje puede ser equivalentemente representado por la ecuación 3.

### 3. REGLA DE INTEGRACIÓN TRAPEZOIDAL

Como es el caso de muchos modelos de quipos y dispositivos *e.g.* Generadores, Turbinas, Sistemas de Excitación, Compensadores, etc. (Anderson 1995), su representación contiene elementos que involucran ecuaciones diferenciales lineales, las cuales pueden ser resueltas de forma analítica aplicando diferentes técnicas de solución. Sin embargo cuando se aplican estos modelos en casos de estudios complejos, es necesario utilizar un método de integración numérica el cual permita obtener un resultado numérico y no una expresión analítica. Algunos de los métodos más conocidos y aplicados para la solución de ecuaciones diferenciales lineales (ODES) y en particular para el análisis dinámico en sistemas eléctricos de potencia son: Runge-Kutta, **Regla Trapezoidal** y Euler. De acuerdo a los requerimientos del problema en cuestión características particulares de cada método deben ser consideradas. Por ejemplo; Exactitud, la cual es determinada por dos causas: Errores de Redondeo (Debido a la incapacidad de expresar un número de forma exacta) y Errores de Truncamiento (Originado por las características propias del método). Estabilidad, la cual se determina por dos tipos: Inestabilidad Inherente (Ocurre cuando durante una solución numérica de paso por paso errores de truncamiento o redondeo son generados) e Inestabilidad Inducida (La cual se relaciona con el método de integración usado en la solución numérica). Rigidez, es determinada cuando la relación de los eigenvalores del modelo se acercan o alejan de 1. Se decide utilizar la Regla de Integración Trapezoidal, gracias a las características de rapidez, estabilidad y exactitud.

#### 3.1 Deducción del algoritmo de la RIT

Dada la siguiente ecuación diferencial:

$$\frac{dx}{dt} = f(x) \quad (4)$$

$$X_k = X_{k-1} + \frac{h}{2}(X_k + X_{k-1}) \quad (5)$$

El algoritmo de solución de RIT para la ecuación 4, es la ecuación 5. Donde:  $h$  es conocido como paso de integración. Ahora aplicando el algoritmo de la ecuación 5 a la ecuación de prueba 6, se obtiene la solución en la iteración  $k$  ecuación 7.

$$\frac{dx}{dt} = -I x \dots\dots\dots \frac{dx}{dt} = -I x \quad (6)$$

Solución real:  $x = x_0 e^{-I t}$  ;

$$x = x_0 e^{-I t}$$

$$x_k = x_{k-1} + \frac{h}{2}(-I x_{k-1} - I x_k) \quad (7)$$

Reordenado y haciendo  $k=1$ , entonces tenemos:

$$x_1 = x_0 \left( \frac{2 - hI}{2 + hI} \right) \quad (8)$$

Hablando de estabilidad, si  $\rho > 0$ , para cualquier valor de  $h$ ,  $x$  tiende a cero cuando  $k$  tiende a  $\infty$ , entonces el método es A-Estable. Para analizar la exactitud de la regla de integración trapezoidal, considere la ecuación de prueba y suponga que:  $t=0.1$   $\rho=1/t$   $\rho=10$   $x_0=1$ . Para  $h=0.1$  y  $k$  que va desde 0 hasta 10. Las respuestas de la solución real y la solución obtenida con la regla de integración trapezoidal son mostradas en la figura 6.

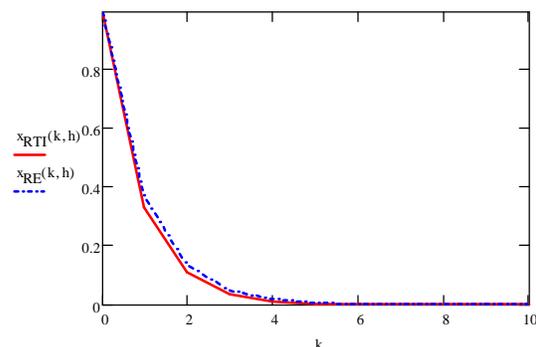


Fig. 6. Comparación de las soluciones real y aplicando RIT para la ecuación 6.

Otro aspecto importante que se debe considerar son las oscilaciones del método. Se tiene la siguiente ecuación:

$$\frac{dx}{dt} = I z - I x \quad (9)$$

Aplicando RTI a la ecuación 9 se obtiene:

$$x_k = x_{k-1} \left[ \frac{2 - hI}{2 + hI} \right] + (z_k + z_{k-1}) \left[ \frac{hI}{2 + hI} \right] \quad (10)$$

Sabiendo que la solución real está dada por la siguiente ecuación:

$$x_k = 1 - e^{-1hk} \quad (11)$$

La figura 7 muestra las respuestas de la solución real y de la solución aplicando la regla de integración trapezoidal para  $h > 0.5$  y  $h < 0.5$ . Con  $k$  de 0 a 6.

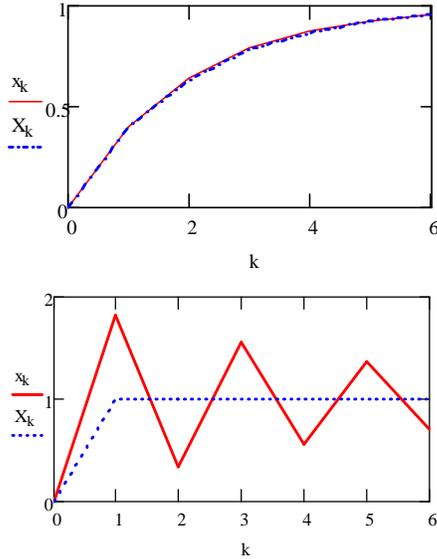


Fig. 7: Comprobación de las soluciones real y la obtenida con la regla de integración trapezoidal para  $h < 0.5$  y para  $h > 0.5$ .

#### 4. APLICACIÓN DE RIT EN EL MODELO DEL CEV

Partiendo del modelo dinámico del CEV ilustrado en la figura 8, se obtienen las ecuaciones del modelo dinámico del CEV con sus bloques completos se muestra en la figura 8 se obtienen las ecuaciones 12 y 13 que son la base del desarrollo para la aplicación de RTI.

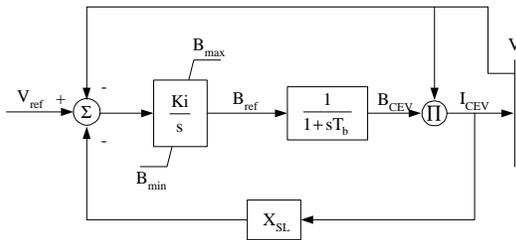


Fig 8. Diagrama de bloques del modelo dinámico del CEV.

$$pB_{ref} = Ki \cdot (V_{ref} - V - X_{SL} \cdot I_{CEV}) \quad (12)$$

$$pB_{CEV} = \frac{B_{ref} - B_{CEV}}{T_b} \quad (13)$$

Aplicando RTI a las ecuaciones 12 y 13 se obtiene:

$$B_{ref_i} = B_{ref_{(i-1)}} + \frac{h \cdot Ki}{2} \cdot (V_{ref_i} - V_k - X_{sl} \cdot I_{CEV_i} + V_{ref_{i-1}} - V_{k-1} - X_{sl} \cdot I_{CEV_{i-1}}) \quad (14)$$

$$B_{CEV_k} = B_{CEV_{k-1}} + \frac{h}{2 \cdot T_b} \cdot (B_{ref_k} - B_{CEV_k} + B_{ref_{k-1}} - B_{CEV_{k-1}}) \quad (15)$$

Donde el subíndice  $k$  indica que la ecuación se evalúa en un tiempo  $T_k$  y de forma similar para  $k-1$  y  $T_{k-1}$ . Reordenando un poco las expresiones, estas se pueden escribir de la siguiente forma:

$$B_{ref_k} = D0 \cdot V_{ref_k} + J0 \cdot V_k + F0 \quad (16)$$

$$B_{CEV_k} = G0 \cdot V_{ref_k} + L0 \cdot V_k + I0 \quad (17)$$

Donde las constantes que incluyen un cero se denominan constantes temporales y las demás, constantes permanentes.

$$F0 = z10 \cdot B_{ref_{k-1}} + D0 \cdot (V_{ref_{k-1}} - V_{k-1} - X_{sl} \cdot V_{k-1} \cdot B_{CEV_{k-1}}) \quad (18)$$

$$J0 = D0 \cdot ((-X_{sl} \cdot B_{CEV_{k-1}} \cdot x1 - X_{sl} \cdot x2 \cdot B_{ref_{k-1}}) - 1) \quad (19)$$

$$D0 = z10 \cdot x3 \quad (20)$$

$$I0 = B_{CEV_{k-1}} \cdot x1 + x2 \cdot z1 \cdot B_{ref_{k-1}} + \dots \quad (21)$$

$$\dots + G0 \cdot (V_{ref_{k-1}} - V_{k-1} - X_{sl} \cdot V_{k-1} \cdot B_{CEV_{k-1}}) + x2 \cdot B_{ref_{k-1}}$$

$$L0 = G0 \cdot (-X_{sl} \cdot B_{CEV_{k-1}} \cdot x1 - X_{sl} \cdot x2 \cdot B_{ref_{k-1}}) - D0 \cdot x2 \quad (22)$$

$$G0 = x2 \cdot D0 \quad (23)$$

$$z10 = \frac{1}{1 + x3 \cdot X_{sl} \cdot V_k \cdot x2} \quad (24)$$

$$x1 = \left( \frac{2 \cdot T_b - h}{2 \cdot T_b + h} \right) \quad (25)$$

$$x2 = \frac{h}{2 \cdot T_b + h} \quad (26)$$

$$x3 = \frac{Ki \cdot h}{2} \quad (27)$$

#### 5. RESULTADOS

Los modelos algebraizados del CEV aplicando la RIT son utilizados en un programa de prueba desarrollado en MATLAB y en un simulador para estudios de estabilidad, desarrollado en MATLAB. Se considera un CEV en el que su modelo

dinámico tiene las siguientes constantes asociadas:  $K_R=33.33$ ,  $X_{st}=0.3$ ,  $X_{th}=0.4$ ,  $T_b=0.00417$ ,  $T_d=0$ ,  $T_s=0.03$ ,  $T_R=0.1$ ,  $K_f=333.3$ ,  $X_L=1$ ,  $X_C=2$  (SSCWGR, 1993). En el **primer caso de estudio** se simula un escalón en el voltaje de Thevenin dr  $t=0.05\text{seg}$  a  $t=0.06\text{seg}$ . Se tiene que el voltaje inicial en terminales del CEV es de  $0.97\text{pu}$  y la suceptancia inicial del CEV es  $+0.3\text{pu}$  Este caso se presenta cuando hay aumento o disminución en las unidades de generación o cuando hay aumento o disminución de carga. En la figura 9 se observa la dinámica del CEV ante el escalón de voltaje.

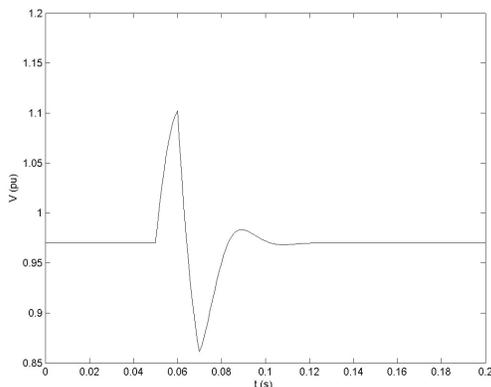


Fig. 9: Dinámica del modelo del CEV ante un escalón de voltaje.

En el **segundo caso de estudio** se analiza una red de 14 nodos (Anderson 1995). El sistema cuenta con 5 generadores, 10 cargas, 15 líneas, 4 transformadores y 4 bancos de capacitores. Se simula una falla trifásica en el nodo 10, iniciando en  $t = 1\text{seg}$ , liberada  $0.07\text{seg}$  más tarde. En las figuras 10, 11 y 12, se observa la dinámica del voltaje con el CEV incluido y sin el CEV incluido, los nodos corresponden a nodos alejados al nodo de la falla, nodos muy cercanos al nodo de la falla y en el nodo donde ocurre la falla.

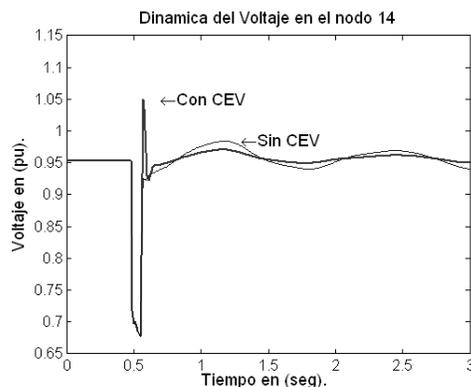


Fig. 10. (Nodo 14). Respuesta del CEV en un nodo muy alejado al nodo de la falla.

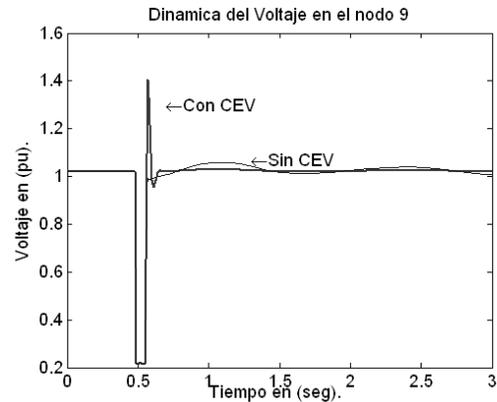


Fig. 11. (Nodo 9): Respuesta del CEV en un nodo muy cerca al nodo de la falla.

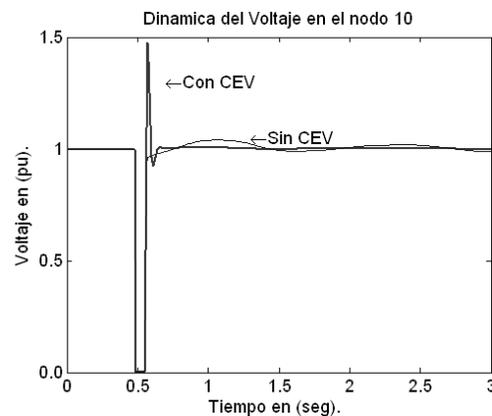


Fig. 12. (Nodo 10): Respuesta dinámica del CEV en el nodo donde ocurre la falla.

## 6. CONCLUSIONES

La Regla de Integración Trapezoidal ha probado ser un potente método de solución numérica gracias a sus ventajas de estabilidad precisión y rapidez, esto ha facilitado que los modelos dinámicos de diferentes dispositivos sean desarrollados por centros de investigación estudiantes, etc. Esto ha permitido que el análisis de los sistemas de potencia sea en entornos más realistas.

El modelo del CEV con la RIT es en esencia fácil de analizar y ofrece la ventaja de poder ser adaptado a diferentes algoritmos de programación además de que se pueden comparar con modelos desarrollados en SIMULINK de forma muy sencilla.

**REFERENCIAS**

- Acha E., Fuerte-E C., Ambriz-P H, Angeles-C C. (2004). "Modelling and Simulation in Power Networks". John Wiley & Sons.
- Anderson P. (1995) "Analysis of Faulted Power Systems", John Wiley & Sons.
- Hingonari N.G. (1993). "Flexible AC Transmission Systems". IEEE Spectrum, Apr-1993, Pg.41-45.
- Miller T.J.E. (1982). "Reactive Power Control in Electric Systems". John Wiley & Sons.
- S.S.C.W.G.R-Special Stability Controls Working Group Report. (1993). "Static Var Compensator Models for Power Flow and Dynamic Performance Simulation", Paper 93WM173-5-PWRS, Presented at the IEEE PES Winter Meeting, Columbus Ohio, Feb-1993.