



## **APLICACIÓN DEL SISTEMA DE PEARSON EN EL MODELADO ESTOCASTICO DE LOS PROCESOS DE PRECIPITACION, EVAPORACION Y ESCORRENTIA SUPERFICIAL (CAUDALES MEDIOS) EN EL RIO FONCE (SANTANDER)**

**Recibido: Marzo 1 de 2015**

**Aprobado: Junio de 2015**

Jorge Brandon Fuentes Bacca

Facultad de Ingeniería Civil, Universidad Militar Nueva Granada, Grupo Visión Colombia Hídrica,

Proyecto de Investigación ING 1770 de 2015

Bogotá, Colombia

u1101464@unimilitar.edu.co

### **RESUMEN**

Este trabajo da respuesta al interrogante ¿es posible modelar el comportamiento estocástico de los procesos del balance hídrico en la parte alta de la cuenca del río Fonce mediante el Sistema de Pearson-Wiener? El trabajo se desarrolló en el marco del proyecto de investigación UMNG ING 1770 de 2015, con recursos financieros de la Vicerrectoría de Investigaciones y en conjunto con la Universidad de Pamplona. El Sistema de Pearson es un ensamble de modelos estadísticos que se utiliza en diversas ramas de las ciencias (finanzas, economía, física, química) para simular el comportamiento de las trayectorias de los procesos con soporte en datos históricos. En el ámbito de la ingeniería civil fue descrito por hidrólogos famosos desde principios y mediados del siglo XX, tales como Foster y Ven Te Chow. Los resultados demuestran que el comportamiento anual de la precipitación, evaporación y escorrentía se modela en forma adecuada mediante los tipos diversos del Sistema de Pearson.

**PALABRAS CLAVE:** Sistema de Pearson, Balance Hídrico, Río Fonce

**ÁREA TEMÁTICA:** Modelación y simulación de sistemas ambientales.

### **ABSTRACT**

This project gives answer to the question, Is it possible to model the stochastic behavior of the processes of the water balance in the upper river basin Fonce by Pearson-Wiener System? The project was developed in the framework of the research project 1770 ING UMNG 2015, with



resources from the office of Investigation and together with the University of Pamplona. Pearson System is an ensemble of statistical models used in various branches of science (finance, economics, physics, chemistry) to simulate the behavior of the trajectories of the processes supported with historical data. In the field of civil engineering it was described by famous hydrologists from early to mid-twentieth century, such as Foster and Ven Te Chow. The results show that the annual behavior of rainfall, evaporation and runoff model adequately thought various types Pearson System.

**Keywords:** Pearson's System, Water Balance, Fonce River

## INTRODUCCIÓN

El balance hídrico es una relación de los procesos de precipitación, evaporación, filtración, almacenamiento y escorrentía. Esta relación en hidrología se establece mediante el método estadístico de los momentos de Pearson y en la práctica es una ecuación algebraica de valores promedios de cada proceso (Rivera H., 2013).

El concepto de balance hídrico implica al menos las siguientes consideraciones: a) la cuenca es un sistema cerrado, b) dentro de la cuenca los procesos del balance se referencian mediante el valor medio multianual; c) para que sea válida la relación entre los procesos diversos se requiere que el periodo temporal sea homogéneo, d) en ese periodo temporal cada proceso cumple con la propiedad de estacionariedad estadística, e) a futuro los procesos deben mantener sus momentos estadísticos con valores constantes.

Dado que el balance hídrico se estima con valores estadísticos de las series temporales de cada proceso, resulta justo preguntarse si el Sistema de Pearson puede modelar el comportamiento histórico de cada proceso inmerso en el balance. Una de las principales dificultades en la realización del estudio hidrológico es la falta de información a la hora de realizar balances hídricos y curvas de duración de caudales, que permitan realizar una proyección del comportamiento del recurso hídrico (Cruz & Rivera 2014). Para ello, se toman inicialmente como referencia en este trabajo cinco procesos: precipitación, evaporación, temperatura, tensión de vapor, humedad relativa y escorrentía superficial. El periodo temporal homogéneo se tomó del año 1983 al año 2012. Finalmente para el estudio mediante el modelo de Pearson se tomaron para el balance hídrico tres procesos: precipitación, evaporación y escorrentía superficial.



TIPO	ECUACIÓN
I	$y = y_0 (1 + x/a_1)^{v a_1} (1 - x/a_2)^{v a_2}$
II	$y = y_0 (1 - x^2/a^2)^m$
III	$y = y_0 (1 + x/a)^{v a} e^{-\gamma x}$
IV	$y = y_0 (1 + x^2/a^2)^{-m} e^{-v \tan^{-1}(x/a)}$
V	$y = y_0 x^{-p} e^{-\gamma/x}$
VI	$y = y_0 (x - a)^{q_1} x^{-q_2}$
VII	$y = y_0 (1 + x^2/a^2)^{-m}$
VIII	$y = y_0 (1 + x/a)^{-m}$
IX	$y = y_0 (1 + x/a)^m$
X	$y = y_0 e^{-x/\sigma}$
XI	$y = y_0 x^{-m}$
XII	$y = y_0 \left( \frac{\sigma(\sqrt{\beta_1 + \beta_2} + \sqrt{\beta_1}) + x}{\sigma(\sqrt{\beta_1 + \beta_2} - \sqrt{\beta_1}) - x} \right)^{\sqrt{\beta_1/\beta_2}}$
XIII	$y = y_0 * e^{-x^2/2\sigma^2}$

## MÉTODO

Se aplica el Sistema de Pearson para modelar el histograma de frecuencias en cada uno de los tres procesos seleccionados del balance hídrico en el tiempo 1983-2012.

El Sistema de Pearson es un juego de modelos estadísticos para simular el comportamiento estadístico de un fenómeno y se expresa mediante la ecuación diferencial ordinaria de primer orden, así:



$$\frac{1}{y} \frac{dy}{dQ} = \frac{Q}{C_1 + C_2 Q + C_3 Q^2} \quad (1)$$

en donde,

Q es el símbolo en letra que representa a los valores de los procesos del balance hídrico;

y es el símbolo en letra que representa a la probabilidad de un evento en los valores de los procesos del balance hídrico;

dQ es el símbolo en letras que representa al diferencial de Q;

dy es el símbolo en letras que representa al diferencial de y, es decir, a la variación infinitamente continua de la probabilidad.

C1, C2, C3 son símbolos en letras y números que representan a los parámetros estadísticos del histograma de frecuencias o de la ley de distribución de probabilidades.

De acuerdo con los valores de los parámetros estadísticos, se obtienen trece (13) modelos diferentes en el Sistema de Pearson (tabla 1).

Tabla 1. Fórmulas de los modelos estadísticos de Pearson. Fuente: Elderton P. (1906).

Los valores de los parámetros empíricos m, a, y se obtienen con los datos históricos; mientras que los coeficientes se estiman mediante las fórmulas:

$$\beta_1 = \mu_3^2 / \mu_2^3$$

$$\beta_2 = \mu_4 / \mu_2^2$$

Según el valor del criterio k, se identifican trece (13) tipos de histogramas teóricos de Pearson (tabla 2).

Tabla 2. Valores del criterio kappa K

TIPO	CRITERIO
I	$K$ negativo
II	$K = 0, \beta_1 = 0, \beta_2 < 3$
III	$2\beta_2 = 6 + 3\beta_1$
IV	$0 < K < 1$
V	$K = 1$
VI	$K > 1$
VII	$k = 0, \beta_1 = 0, \beta_2 > 3$
VIII	$k$ negativo, $\lambda = 0$ $5\beta_2 - 6\beta_1 - 9$ negativo
IX	$k$ negativo, $\lambda = 0$ $5\beta_2 - 6\beta_1 - 9$ positivo $2\beta_2 - 3\beta_1 - 6$ negativo
X	$\beta_1 = 4, \beta_2 = 9$
XI	$k > 1, \lambda = 0$ $2\beta_2 - 3\beta_1 - 6$ positivo
XII	$5\beta_2 - 6\beta_1 - 9 = 0$
XIII	$k = 0, \beta_1 = 0, \beta_2 = 3$

En el desarrollo del trabajo se aplicó el criterio kappa  $k$ , a cada uno de los valores anuales multianuales de cada uno de los procesos seleccionados del balance hídrico y así se determinó el modelo estadístico que se ajusta adecuadamente a los datos históricos.

## RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Los datos fueron aportados en forma gratuita por el Instituto IDEAM y comprendieron: tres series de valores multianuales de precipitación, evaporación y caudales desde 1983 hasta 2012.

La precipitación y la evaporación se tomaron de la estación meteorológica ubicada en Charalá en la parte alta de la cuenca del río Fonce, mientras que los caudales se tomaron de la estación hidrológica ubicada en San Gil. A continuación se muestran los histogramas empíricos (según los datos de las series temporales en 30 años) y los histogramas teóricos obtenidos a partir del modelado con el Sistema de Pearson (figura 1).

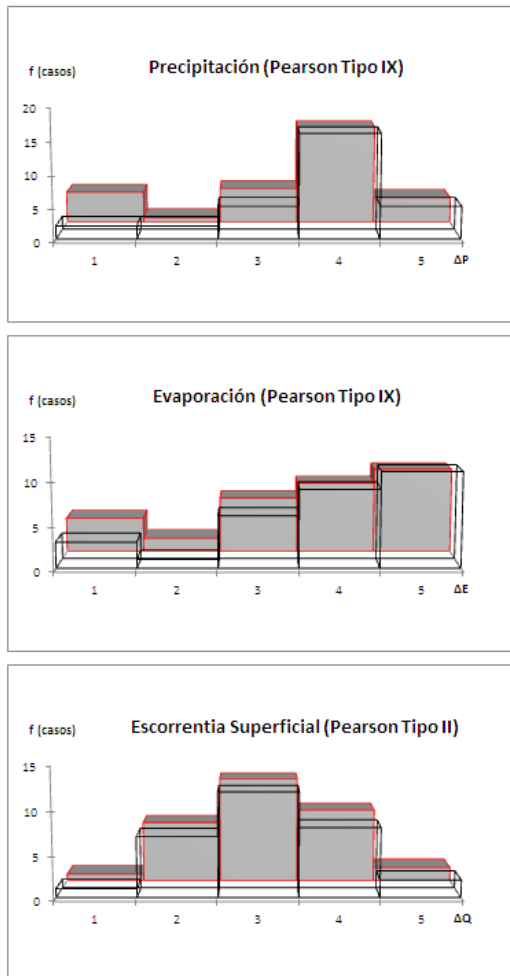


Figura 1. Histograma empírico (transparente) de las frecuencias e histograma teórico (en color gris)

En la tabla 3 y 4 se presentan los valores de los parámetros de cada uno de los modelos estadísticos del Sistema de Pearson, así como también la definición del tipo de curva del Sistema de Pearson que mejor describe (según el criterio kappa k).

Tabla 3. Valores de los parámetros

Proceso	$\mu_2$	$\mu_3$	$\mu_4$
Precipitación	1,01	-1,21	3,94
Evaporación	1,48	-1,86	6,59
Escorrentía	0,81	0,03	1,62

Tabla 4. Tipo de Pearson

Proceso	$\beta_1$	$\beta_2$	k	Tipo
Precipitación	1,43	3,89	-0,60	IX
Evaporación	1,07	3,02	-0,35	IX
Escorrentía	0,00	2,49	0,00	II

En la tabla 5 se ilustran los valores empíricos de las frecuencias y los valores de las frecuencias que arrojan los modelos estadísticos de Pearson.

Tabla 5. Valores de las frecuencias

Proceso		Intervalos				
		1	2	3	4	5
Precipitación	Valor empírico	2	2	5	16	5
	Valor teórico	5	1	5	15	4
Evaporación	Valor empírico	3	1	6	9	11
	Valor teórico	4	2	6	8	10
Escorrentía	Valor empírico	1	7	12	8	2
	Valor teórico	1	7	12	9	2

De acuerdo con los resultados obtenidos se puede reflexionar lo siguiente:

El balance hídrico en realidad utiliza el método estadístico en su estimación, habida cuenta que exige una serie temporal por cada proceso, utilizando para ello sólo el valor promedio de la serie. En la serie temporal se exige que el periodo sea homogéneo.



Según este trabajo cada proceso obedece a una ley de distribución de frecuencias diferente: la precipitación es tipo IX, la evaporación es IX y la escorrentía es tipo II.

Surge la pregunta: ¿cómo relacionar estadísticamente valores promedios de histogramas diferentes? No debería exigirse además que las leyes de distribución de los procesos vinculados al balance hídrico fuesen las mismas o idénticamente distribuidas.

Además de lo anterior, ¿cómo estimar el balance hídrico en las cuencas cuando se tengan procesos no estacionarios (sea influenciados por actividades antropogénicas o por fenómenos de cambio climático)?

## CONCLUSIONES

Este trabajo presenta por primera vez para el caso del balance hídrico de la cuenca (parte alta) del río Fonce la aplicación del Sistema de Pearson.

Según el criterio kappa k de Pearson, se tiene que la precipitación y la evaporación en sus series temporales (del año 1983 al 2012) se describe en forma adecuada con el tipo IX del Sistema de Pearson y la escorrentía con el tipo II. En otros estudios se afirma que la escorrentía se describe en forma adecuada con el tipo III de Pearson, lo cual no se evidenció en el presente trabajo.

## REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

V. T. Chow, D. R. Maidment, L. W. Mays. Handbook of applied Hydrology. San Francisco, McGraw-Hill, 1964.

Elderton P. Frequency curves and correlation. London, Institute of Actuaries, 1906.

Benjamin J. Probability, Statistics, and Decision for Civil Engineers. San Francisco, McGraw-Hill, 1970.

Cruz S., Diana C., Rivera, Maria E. (2014). Distribución del recurso hídrico de la microcuenca la quiña, departamento de Boyacá, Colombia. Revista Ambiental Agua, Aire y Suelo. ISSN 1900-9178, 5 (1).

H. G. Rivera, D. C. Palacio Gómez, F. M. Rangel Guerrero. Impacto de los escenarios de cambio climático en los recursos naturales renovables en jurisdicción de la Corporación Autónoma Regional de Santander. Bogotá, Otero Impresos – Universidad Nacional de Colombia, 2013.

L. Aparicio. Fundamentos de hidrología de superficie. México, Limusa, 1982.